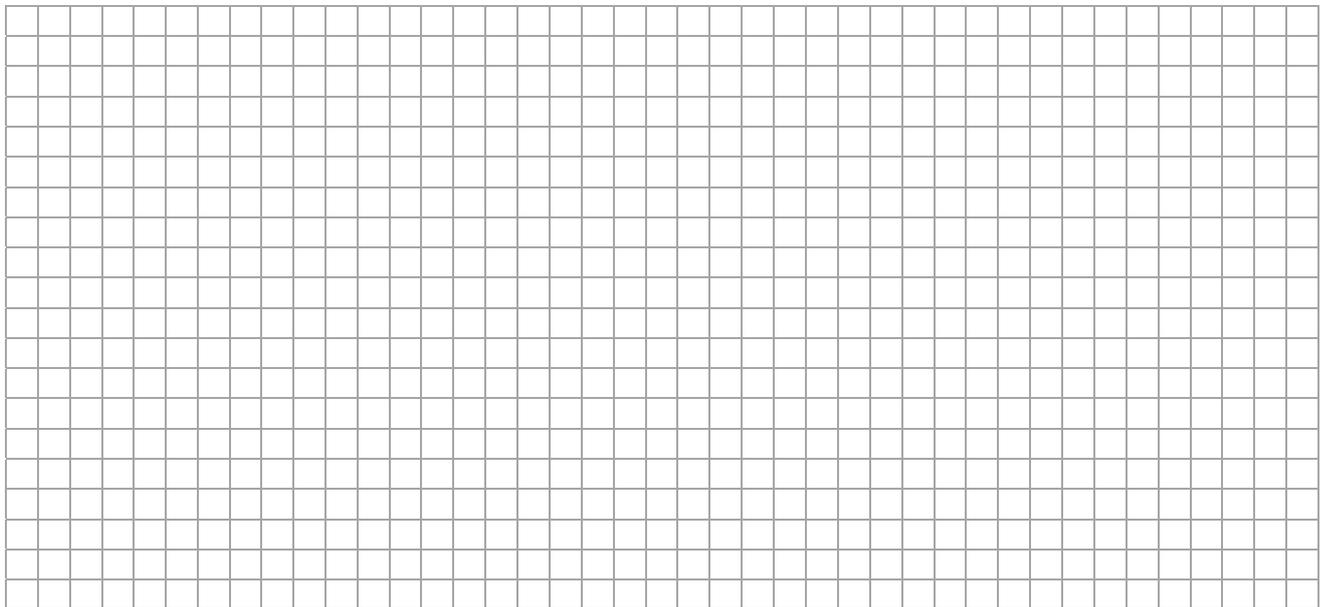


3. (4 Punkte) Gegeben ist die Funktion $f(x) = (x - 1)(x - 2)(x - 3)(x - 4)$

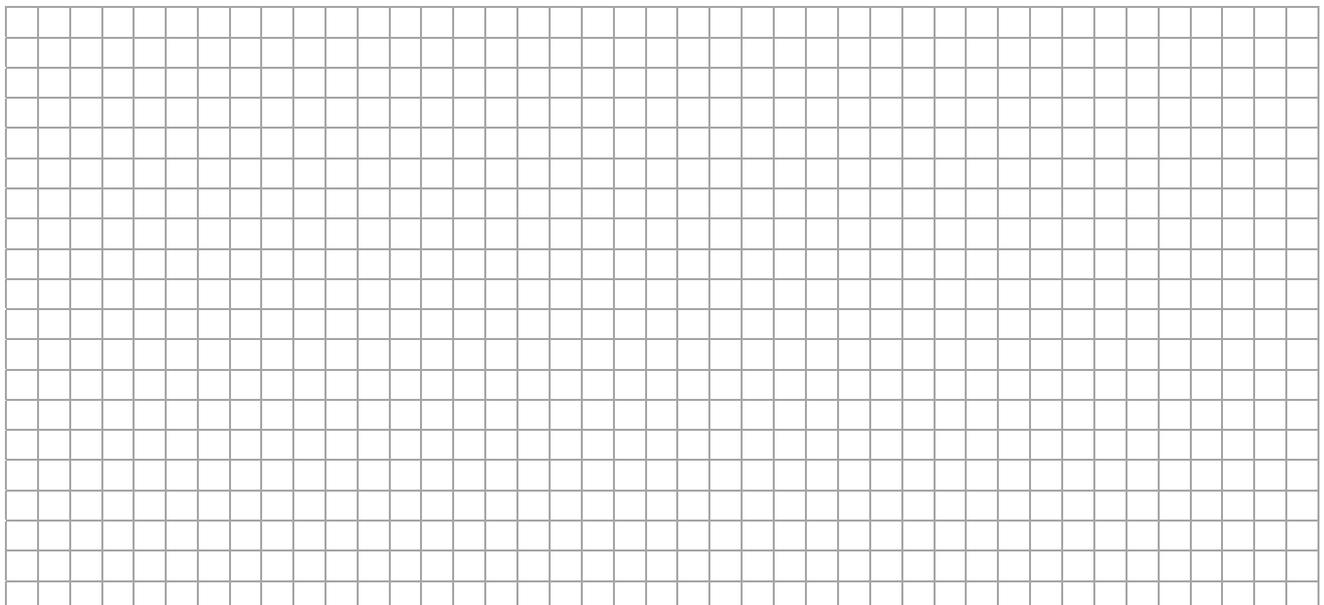
In dieser Aufgabe müssen Sie nichts rechnen.

- a) Welche Nullstellen hat die Funktion?
- b) Hat die Funktion eine Symmetrie? Warum?
- c) Wie viele Minima und Maxima hat die Funktion? (es hilft, eine Skizze mit Hilfe von a und b anzufertigen.)
- d) Beschreiben Sie die Lage der x-Koordinaten der Minima und Maxima. Sie müssen die Lage nicht genau bestimmen.

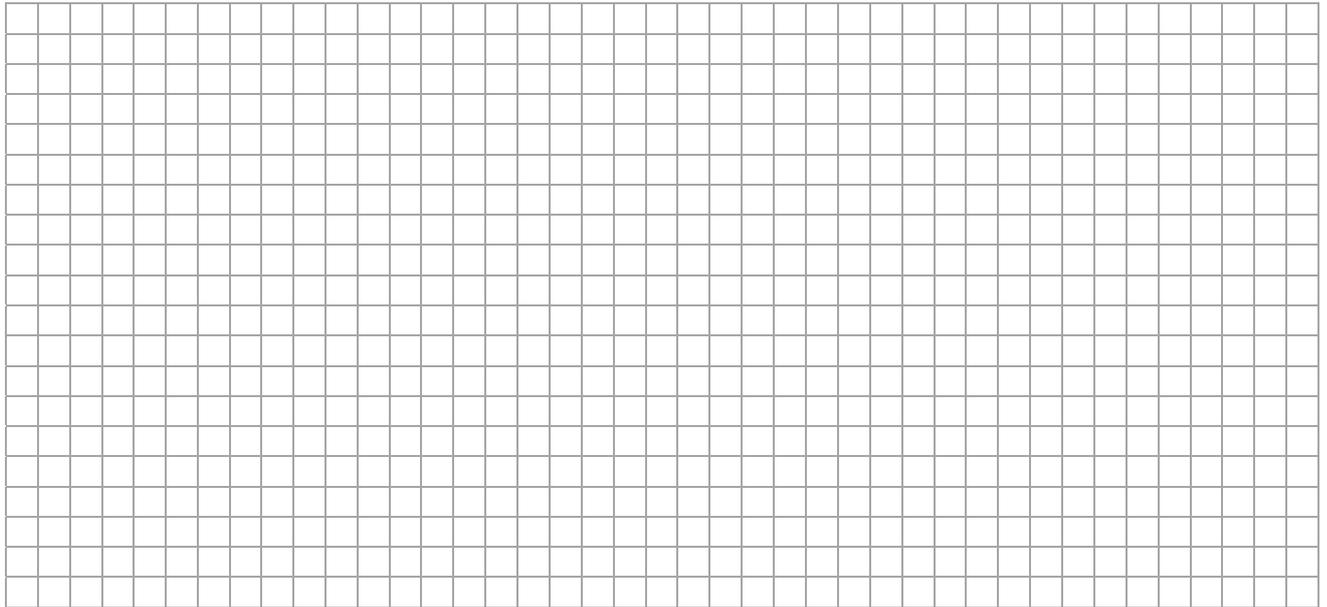


4. (2 Punkte) Gegeben ist die Funktion $f(x) = x^3 - 8x^2 + 20x - 16$.

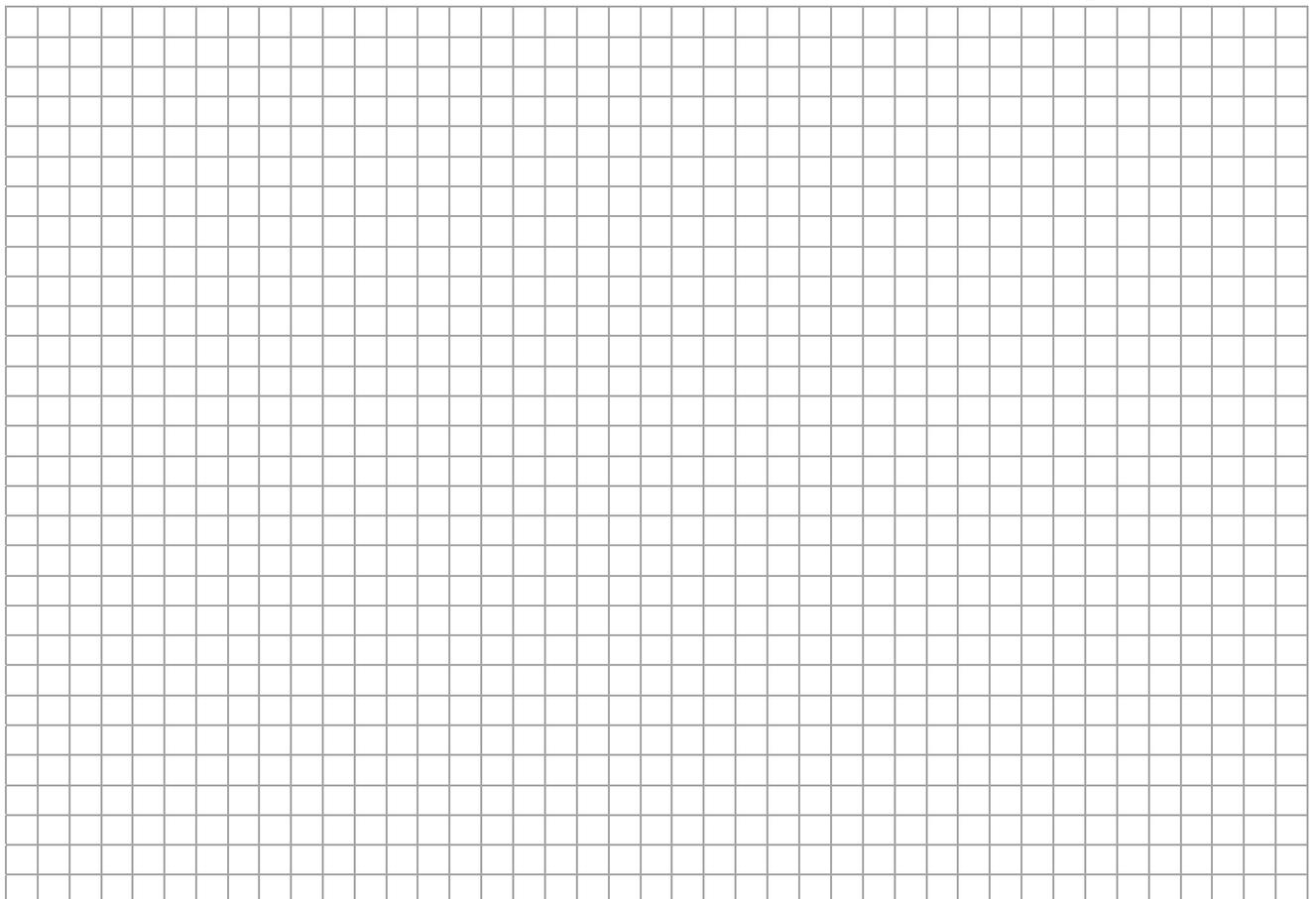
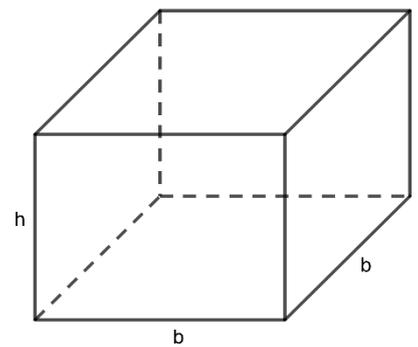
Bei $x = 2$ liegt ein kritischer Punkt vor. Handelt es sich um ein Maximum, ein Minimum oder einen Sattelpunkt? Begründen Sie Ihre Antwort mit Rechnungen.



5. (3 Punkte) Berechnen Sie die Ableitung von $f(x) = x^2 - 4x + 2$ an der Stelle $x = -2$ mit der h-Methode.



6. (5 Punkte) Ein Quader hat eine quadratische Grundfläche. Das vordere Rechteck soll 60 cm Umfang haben. Wie gross kann das Volumen maximal sein?

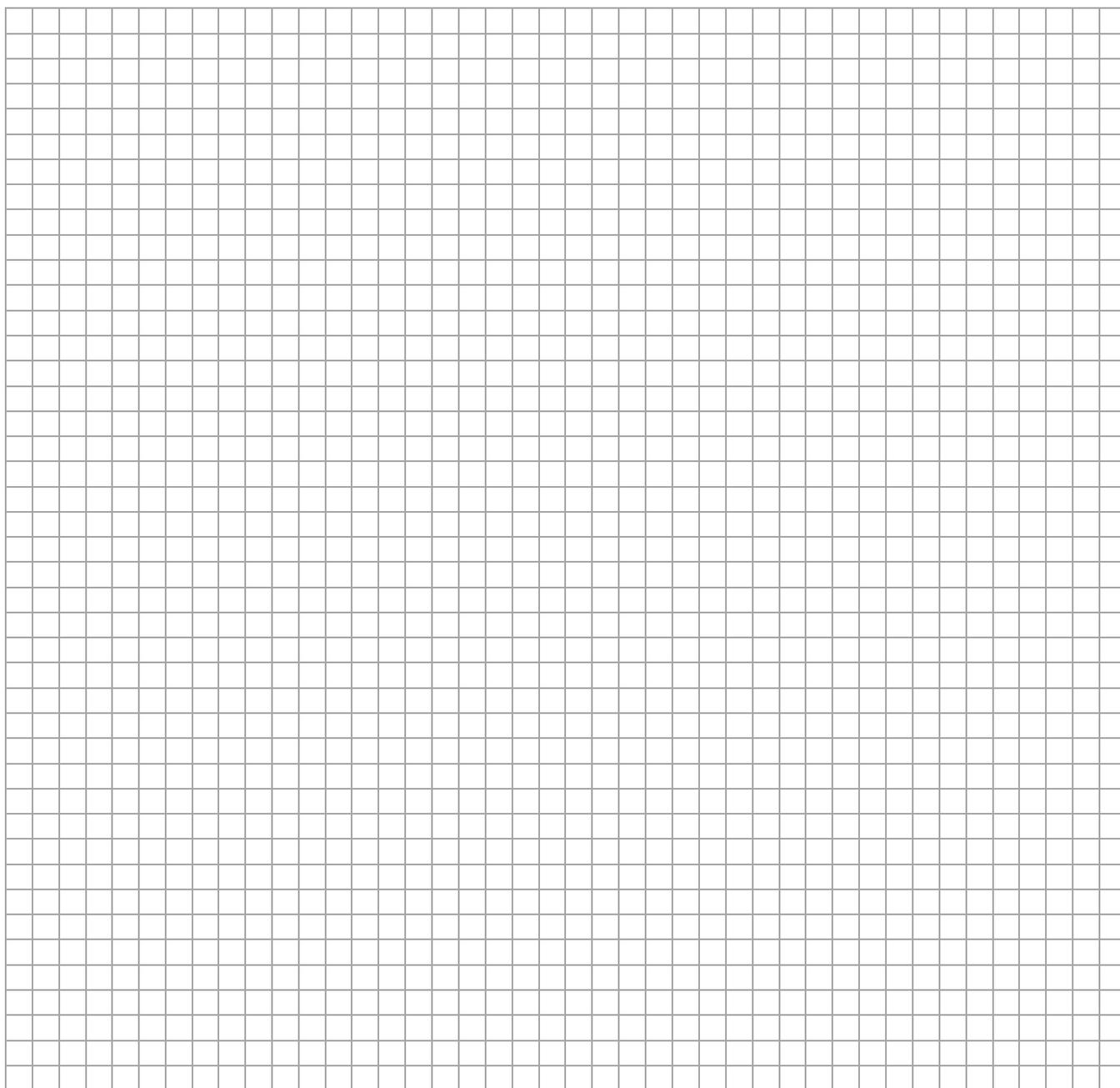


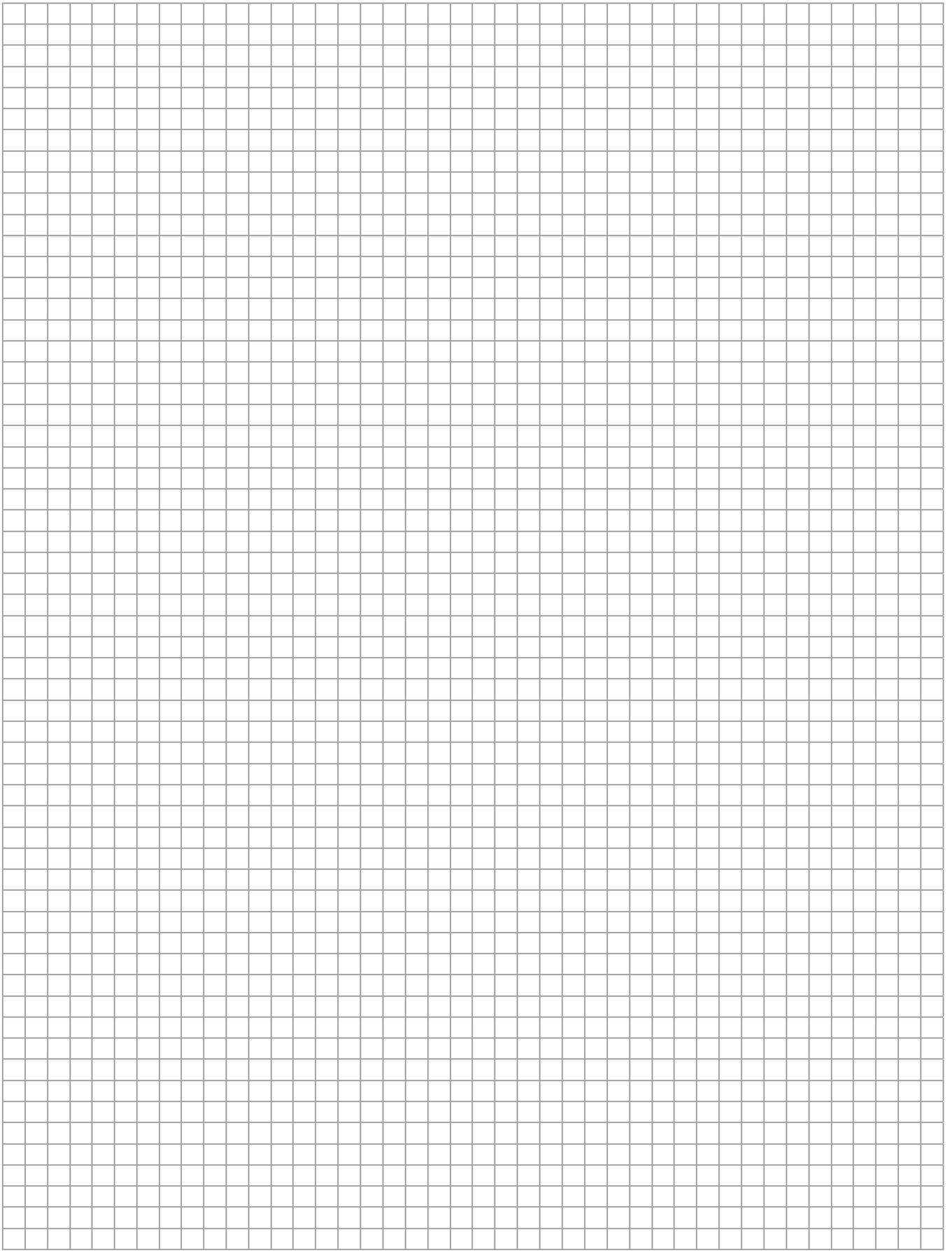
7. Gegeben ist die Funktion

(3+2+4+1+1+2 =13 Punkte

$$f(x) = x^3 - 3x$$

- a) Berechnen Sie die ersten drei Ableitungen.
- b) Bestimmen Sie die Nullstellen.
- c) Bestimmen Sie allfällige Minima, Maxima, Sattelpunkte und Wendepunkte (dazu braucht es immer x und y-Koordinate)
- d) Bestimmen Sie allfällige Symmetrien
- e) Bestimmen Sie das Verhalten im Unendlichen
- f) Zeichnen Sie den Funktionsgraphen. Alle Eigenschaften aus a bis e müssen erkennbar sein.





Lösungen:

1) Ableitung ist kubische Funktion mit Berührungspunkt der x-Achse im pos. Bereich. Dort auch das Minimum. Maximum zwischen dieser Stelle und der Null. Eine Nullstelle im neg. Bereich.

$$2) f(x) = x^3 + 2x^2 + 3x$$

3) a) 1, 2, 3, 4 b) Nein, keine Nullstellen im neg. Bereich, c) 2 Min, 1 Max

d) Min zwischen 1 und 2, zwischen 3 und 4, Max zwischen 2 und 3.

4) 2. Abl, kleiner 0, Max.

5) -8

6) Bei $x=b=20$ wird das Volumen maximal, 4000 Kubikzentimeter.

$$7) f'(x) = 3x^2 - 3, f''(x) = 6x, f'''(x) = 6,$$

Nullstellen 0 und $\pm \sqrt{3}$, Min bei (1,-2), Max bei (-1, 2), Wendepunkt (0,0), punktsymmetrisch.