

## Gruppe A

Mündliche Matur 2003, Mathematik, 4cN

**Aufgabe 1 (Matrizen)** Finde eine Matrix  $A$  mit

$$A \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ und } A \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

Wie lauten die Eigenwerte und Eigenvektoren von  $A$ ?

**Aufgabe 2 (Analysis)** Ein Ball fällt aus 5m Höhe auf den Boden und springt dann mehrmals wieder auf. Nach jedem Aufprall erreicht er 60 Prozent seiner vorhergehenden Höhe.

Welche Höhe erreicht der Ball nach dem sechsten Aufprall?

Welchen Gesamtweg legt der Ball zurück?

Beim wievielten Aufprall hat der Ball erstmals einen Gesamtweg von mehr als 17 Metern zurückgelegt?

## Gruppe B

## Mündliche Matur 2003, Mathematik, 4cN

**Aufgabe 1 (Wahrscheinlichkeitsrechnung)** In einer Urne liegen 5 blaue und 4 rote Kugeln. Es werden 4 Kugeln nacheinander ohne Zurücklegen gezogen.

- a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit werden mindestens 3 blaue Kugeln gezogen?
- b) Angenommen, es wurden in den ersten beiden Ziehungen bereits zwei blaue Kugeln gezogen. Wie gross ist jetzt die Wahrscheinlichkeit, dass insgesamt mindestens 3 blaue Kugeln gezogen werden?

**Aufgabe 2 (Analysis)** Eine Parabel hat ihren Scheitelpunkt bei  $(0|2)$  und einen Schnittpunkt mit der  $x$ -Achse bei  $(\sqrt{2}|0)$ .

- a) Wie lautet die Funktionsgleichung der Parabel?
- b) Das von den Achsen und der Parabel im ersten Quadranten eingeschlossene Flächenstück rotiert um die  $x$ -Achse. Wie gross ist das Rotationsvolumen?
- c) Wie berechnet sich das Rotationsvolumen bei Rotation um die  $y$ -Achse?

## Gruppe C

## Mündliche Matur 2003, Mathematik, 4cN

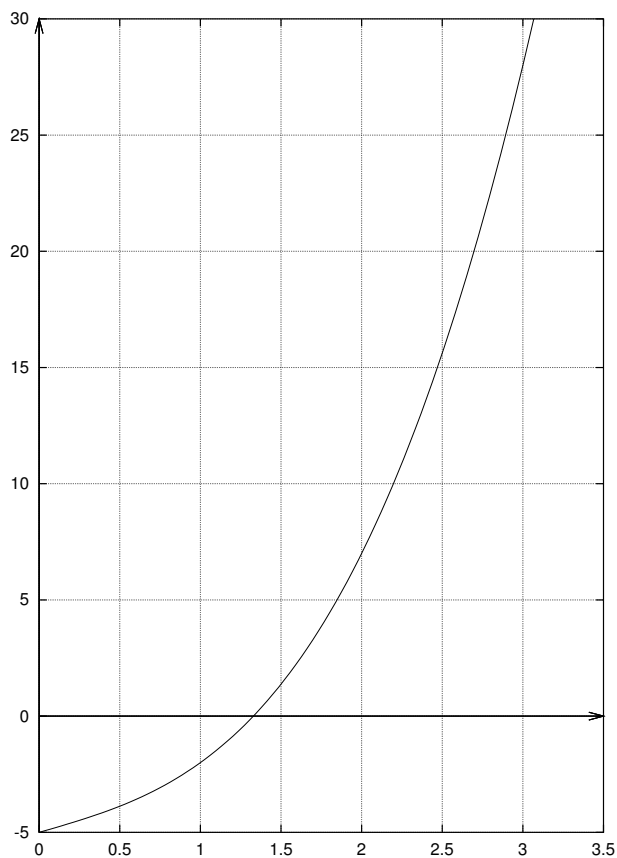
**Aufgabe 1 (Vektorrechnung)** Gegeben sind die Punkte

$$A(0|3|-4), B(-1|1|-2) \text{ und } C(0|3|0).$$

- Berechne den Umfang des Dreiecks  $ABC$ .
- Ist dieses Dreieck rechtwinklig?
- Bestimme die Gleichung der Ebene  $E_1$  durch  $A$ ,  $B$  und  $C$  in Koordinatenform.
- Wie gross ist der Abstand der Ebene zum Koordinatenursprung?

**Aufgabe 2 (Analysis)** Gegeben ist die Funktion  $f(x) = x^3 + 2x - 5$ . Erläutere auf dem Hellraumprojektor, wie mit dem Startwert 3 und dem Newtonverfahren eine Näherungslösung für die Nullstelle gefunden werden kann.

Leite eine Formel für das Newtonverfahren her.



## Gruppe D

## Mündliche Matur 2003, Mathematik, 4cN

**Aufgabe 1 (Vektorrechnung)** Gegeben ist die Gerade

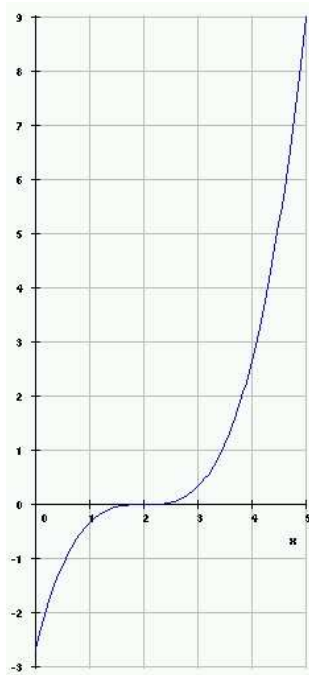
$$g_1 : \vec{x} = \begin{pmatrix} 8 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ und } P_1(1|0|0) \text{ und } P_2(0|0|0).$$

- Berechne den Abstand von  $g_1$  und  $P_1$ .
- $g_2$  ist die Gerade durch  $P_1$  und  $P_2$ . Erkläre wie sich der Abstand von  $g_1$  und  $g_2$  berechnen lässt.
- Berechne den Winkel zwischen  $g_1$  und  $g_2$ .

**Aufgabe 2 (Analysis)** Gegeben ist der Graph einer Funktion. Bestimme graphisch die Ableitung für  $x = 1, 2, 3$  und  $4$ .

Wie könnte die Funktionsgleichung für  $f'(x)$  lauten?

Bestimme daraus  $f(x)$ .



## Gruppe E

## Mündliche Matur 2003, Mathematik, 4cN

**Aufgabe 1 (Wahrscheinlichkeitsrechnung)** Der Trainer eines Fussballclubs schätzt, dass sein Stürmer  $Y$  im Training beim Penalty den Torwart  $Z$  in 85 Prozent der Fälle überwindet.

Wie gross ist demnach die Wahrscheinlichkeit, dass  $Y$  bei 10 Penalties mindestens 6 Mal trifft?

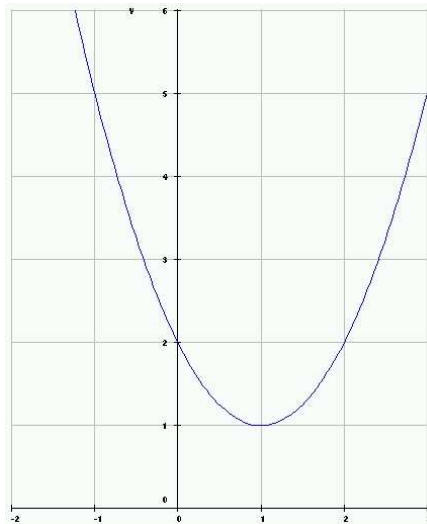
Wie gross ist der Erwartungswert?

Wie gross ist die Standardabweichung?

Der Manager behauptet, der Stürmer würde nur in 60 Prozent der Fälle treffen. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Manager nach 10 Penalties recht bekommt, obwohl die Trefferwahrscheinlichkeit wirklich 85 Prozent beträgt?

### Aufgabe 2 (Analysis)

- Gegeben ist der Graph einer Funktion. Bestimme graphisch die Ableitung für  $x = -1, 0, 1$  und  $2$ .
- Wie lautet die Ableitung von  $f(x) = x^s$ ?
- Berechne mit Hilfe des Differentialquotienten die Ableitung von  $f(x) = x^2 + 2$ .



## Gruppe F

## Mündliche Matur 2003, Mathematik, 4cN

**Aufgabe 1 (Matrizen)**  $A$  ist die Matrix einer Drehung um 30 Grad. Erkläre mit Hilfe der Bilder der Einheitsvektoren, wie sich  $A$  berechnen lässt.

$B$  ist eine Spiegelung an der Geraden  $y = x$ . Wie lautet  $B$ ?

Berechne  $A \cdot B$ .

**Aufgabe 2 (Analysis)** Zeige mit Hilfe von vollständiger Induktion

$$\sum_{k=0}^n q^k = \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$$

Um welchen Typ von Reihe handelt es sich?

Was lässt sich über die Konvergenz aussagen?

Formuliere eine Aufgabe, bei der eine solche Reihe für die Lösung benötigt wird.

## Gruppe G

## Mündliche Matur 2003, Mathematik, 4cN

**Aufgabe 1 (Wahrscheinlichkeitsrechnung)** Zwei gleichaussehende Laplace-Würfel werden gleichzeitig geworfen.

Wie viele verschiedene Ergebnisse gibt es?

Berechne  $P(X = 4)$  für  $X$  = „Maximum der Augenzahlen“.

Berechne die Standardabweichung für  $X$  = „Summe der Augenzahlen.“

**Aufgabe 2 (Analysis)**

a) Finde eine Funktion,

- die einen Pol mit Vorzeichenwechsel bei  $x = 1$ ,
- einen Pol ohne Vorzeichenwechsel bei  $x = 2$  und
- Nullstellen bei  $x = 0$  und  $x = 3$  hat und
- deren Asymptote die Steigung  $-2$  hat.

b) Bestimme die Extrema von  $f(x) = \frac{x^2-16}{x-3}$ .

**Aufgabe 1 (Vektorrechnung)** Gegeben sind die Vektoren

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ z \end{pmatrix} \text{ und } \vec{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ y \\ 1 \end{pmatrix}.$$

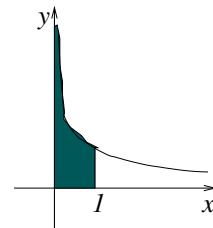
Berechne  $y$  und  $z$  so, dass die beiden Vektoren ein Quadrat aufspannen.

Wie gross ist die Fläche des Quadrates?

Bestimme eine Koordinatengleichung der Ebene durch  $P(1|0|0)$  mit den Richtungsvektoren  $\vec{a}$  und  $\vec{b}$ .

**Aufgabe 2**

Hier ist  $s$  eine reelle Zahl, die grösser als Null ist. Gezeichnet ist die Kurve  $f(x) = x^{-s}$ . Die markierte Fläche unter der Kurve (zwischen 0 und 1) rotiert um die  $y$ -Achse. Welche Bedingung muss an  $s$  gestellt werden, damit das Volumen endlich ist?





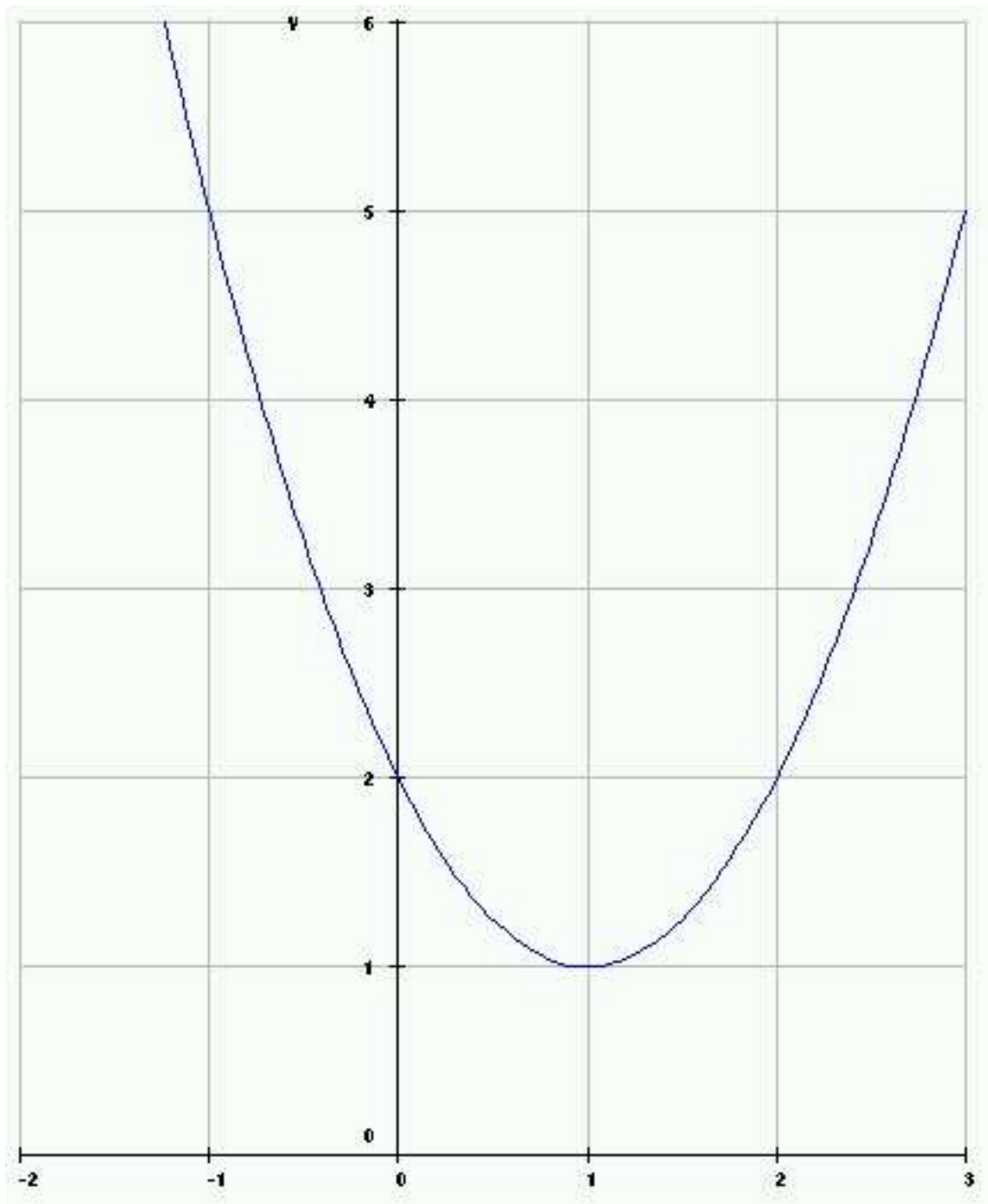
## Gruppe I

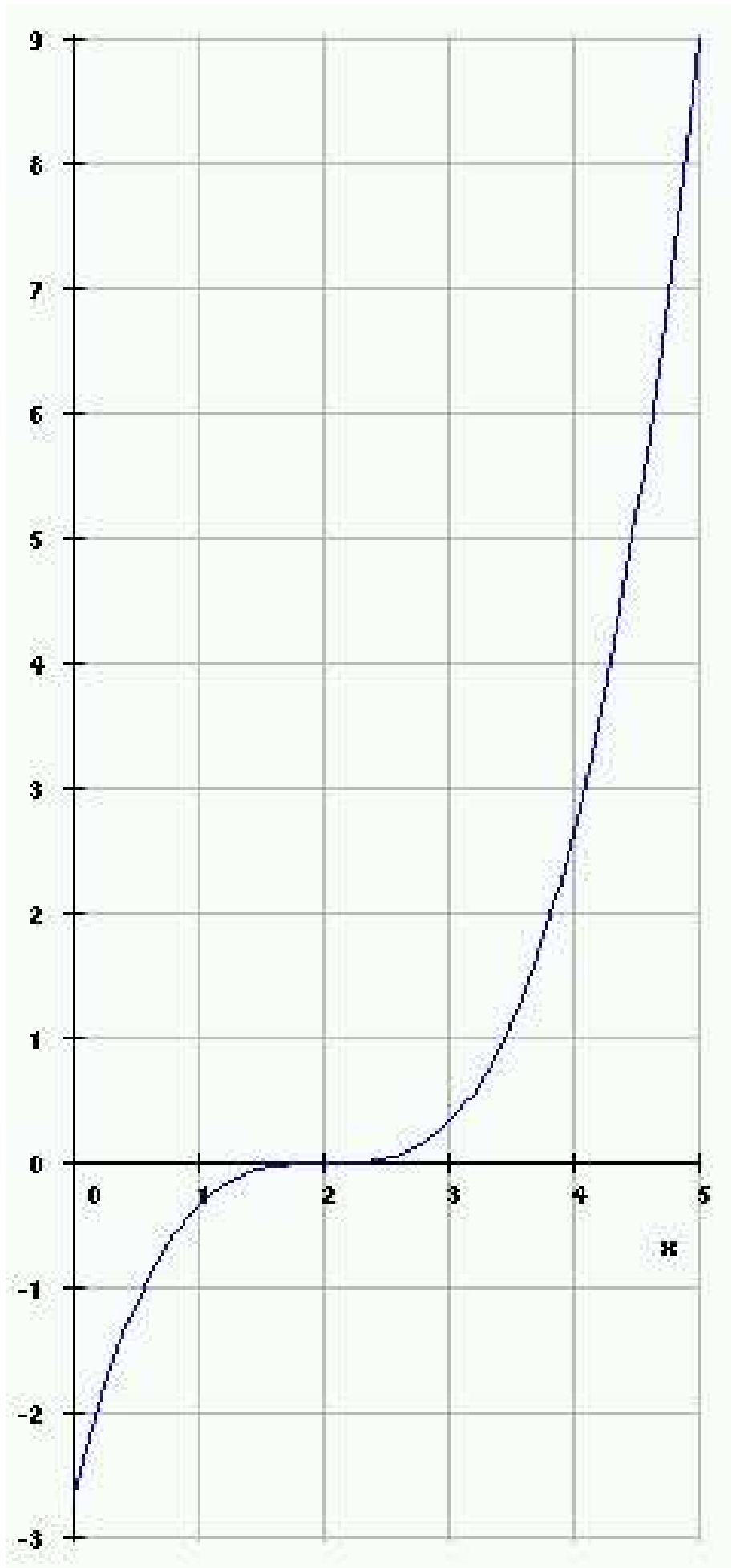
## Mündliche Matur 2003, Mathematik, 4cN

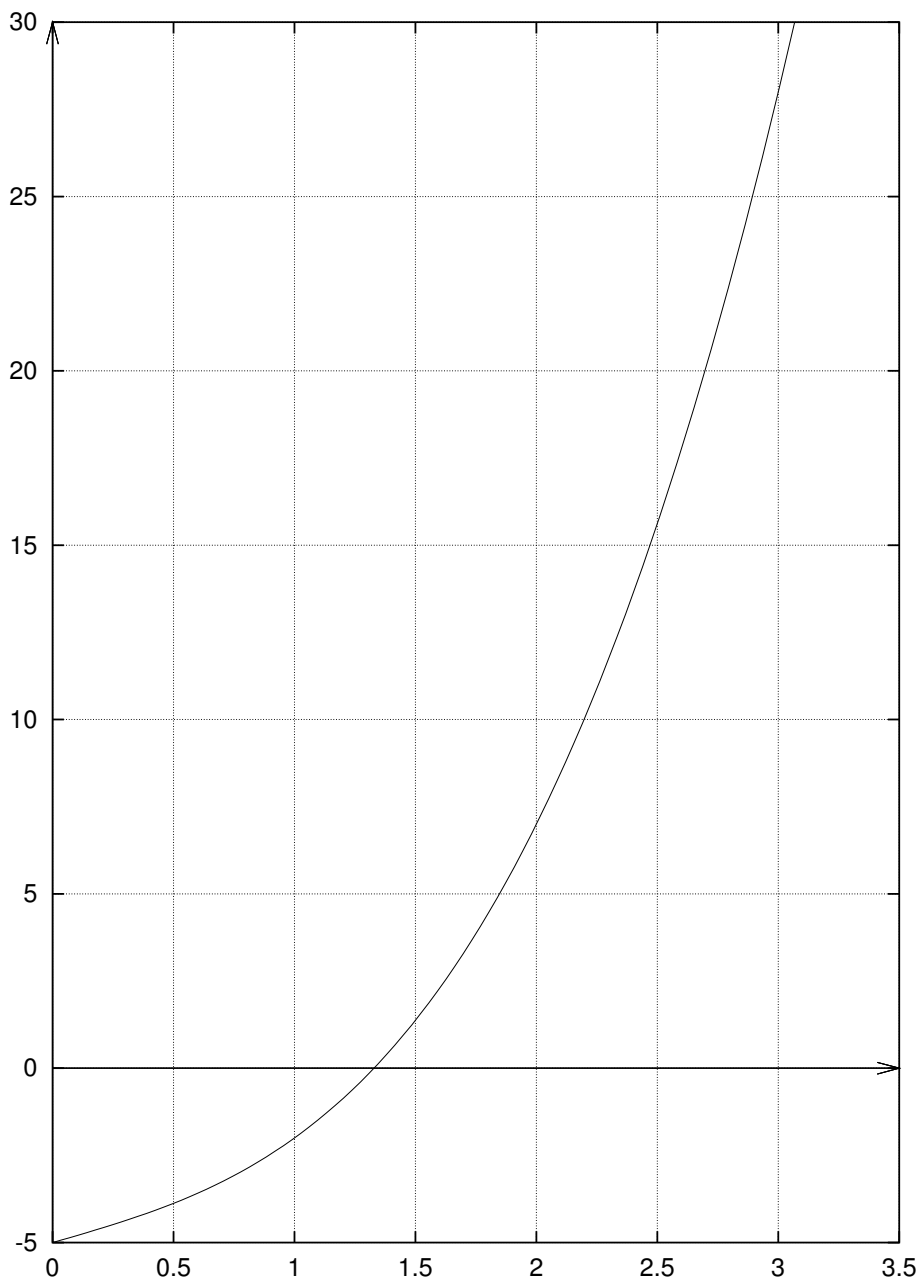
**Aufgabe 1 (Zerfallsprozesse)** Beim radioaktiven Zerfall nimmt die Masse  $m$  der radioaktiven Substanz exponentiell mit der Zeit ab. Finde für jede Unteraufgabe die Funktionsgleichung, die den Zerfall beschreibt.

- a) Von Wismut zerfällt 13 Prozent pro Tag. Zum Zeitpunkt  $t = 0$  sind 10g Wismut vorhanden.
- b) Für bestimmte Untersuchungen wird in der Medizin radioaktives Jod verwendet. Von anfänglich 4mg sind nach 2 Stunden noch 2.25mg vorhanden.
- c) Von einer gewissen Menge des Kohlenstoffisotops C14 sind nach 100 Jahren noch 80g übrig, nach 1000 Jahren noch 70g.

**Aufgabe 2** Gegeben sind die Geraden  $y = mx$  und  $y = -mx + 50$ . Bestimme den Parameter  $m$  so, dass das Flächenstück, das von den beiden Geraden und der  $y$ -Achse eingeschlossen wird, den Inhalt  $A = 2$  hat.







**Gruppe A**

**Mündliche Matur 2003, Mathematik, 4aM**

**Aufgabe 1**

**Aufgabe 2**