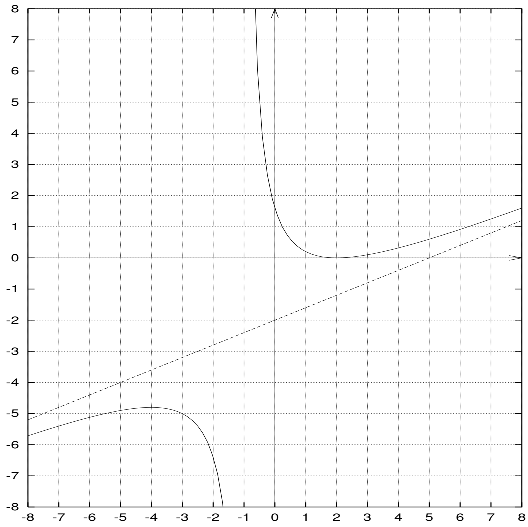
1. Gegeben ist die Funktion $y(x) = \dfrac{2x^2 - 8x + 8}{5(x+1)}$.
   Definitionslücke, Pol mit Vorzeichenwechsel bei $x = -1$.
   Asymptote $y = 2/5x - 2$.
   Nullstelle $x = 2$.
   Extremstelle: Löse $y'(x) = 0 \Rightarrow$
   $x = 2$ oder $x = -4$.
   Es gilt $y''(2) = 4/15 \Rightarrow (2|0)$ ist Minimum.
   Es gilt $y''(-4) = -4/15 \Rightarrow$ $(-4|24/5)$ ist Maximum.
   Wendepunkt: $y''(x) = 0$, keine Lösung $\Rightarrow$ kein Wendepunkt.



   1.1 Der Umfang ist $2b + 2f(b)$, zu untersuchen ist also die Funktion

$$u(x) = 2x + 2 \cdot \frac{2x^2 - 8x + 8}{5(x+1)}.$$

   Es gilt $u'(x) = 0$ für $x = 0,603$. Da die zweite Ableitung grösser als Null ist, handelt es sich um ein Minimum. Es gilt $y(0,603) = 0,486$. Der Punkt auf dem Graphen ist also $(0,603|0,486)$.

2. Es gilt $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} -1 \\ 42 \end{pmatrix}$, $\overrightarrow{EH} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ und $\overrightarrow{AE} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$ und damit
   $M_1(-1.5|-2.5|5)$ und $M_2(-1.5|-1|2.5)$.
   Also folgt $\overrightarrow{AM_1} = \begin{pmatrix} -2.5 \\ 1.5 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\overrightarrow{AM_2} = \begin{pmatrix} -2.5 \\ 5 \\ 0.5 \end{pmatrix}$ und $\overrightarrow{M_1M_2} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3.5 \\ -2.5 \end{pmatrix}$.

   2.1 Für den Umfang gilt $\left|\overrightarrow{AM_1}\right| + \left|\overrightarrow{AM_2}\right| + \left|\overrightarrow{M_1M_2}\right| = 4.18 + 5.61 + 4.30 = 14.09$.
   Die Winkel berechnen sich zu
   $\angle M_1AM_2 = 49.49°$, $\angle AM_2M_1 = 47.69°$ und $\angle AM_1M_2 = 82.81°$.

   2.2 Es gilt

$$E_1 : \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ 2 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -2.5 \\ 5 \\ 0.5 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -2.5 \\ 1.5 \\ 3 \end{pmatrix} \text{ und}$$

$$E_2 : \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \\ 6 \end{pmatrix} + u \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix} + v \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Auflösen nach t gibt $s = -t + 2$. Dies in E_1 eingesetzt ergibt

$$\begin{aligned} g : \vec{x} &= \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ 2 \end{pmatrix} + (-t+2) \begin{pmatrix} -2.5 \\ 5 \\ 0.5 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -2.5 \\ 1.5 \\ 3 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ 2 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} -2.5 \\ 5 \\ 0.5 \end{pmatrix} - t \begin{pmatrix} -2.5 \\ 5 \\ 0.5 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -2.5 \\ 1.5 \\ 3 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} -4 \\ 6 \\ 3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 0 \\ -3.5 \\ 2.5 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

3. 3.1 Ansatz $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ mit $f(2) = 8$, $f'(2) = 0$, $f'(4) = -3/4$ und $f(6) = 10$.
   Wird dieses System gelöst, so ergibt sich $a = 5/16$, $b = -3$, $c = 33/4$ und $d = 1$.

   3.2 Zunächst müssen Schnittpunkte berechnet werden:
   $f(x) = k(x) \Rightarrow x = 4.137$, $f(x) = g(x) \Rightarrow x = 6$, $h(x) = k(x) \Rightarrow x = 6$ und $g(x) = h(x) \Rightarrow x = 7.9$. Damit ist die Fläche

   $$\int_{4.137}^{6} f(x) - k(x)dx + \int_{6}^{7.9} g(x) - h(x)dx = 12.13$$

4. 4.1

   4.1.1 $4! = 24$

   4.1.2 Sport und Musik auf den Plätzen 1 und 3 *oder* 1 und 4 *oder* 2 und 3 = 3 Möglichkeiten.
   2 Möglichkeiten, Sport und Musik zu vertauschen.
   2 Möglichkeiten, die beiden anderen zu verteilen.
   Das gibt $3 \cdot 2 \cdot 2 = 12$ Möglichkeiten. Es sind andere Lösungswege denkbar.

   4.2

   4.2.1 $0.55^5 = 0.00503$.

   4.2.2 $1 - 0.8^5 = 0.67232$.

   4.3

   4.3.1 $n \cdot p = 30 \cdot 0.1 = 3$.

   4.3.2 $\sum_{k=3}^{3} \begin{pmatrix} 30 \\ k \end{pmatrix} 0.1^k \cdot 0.9^{30-k} = 0.5866$

   4.3.3 Löse $1 - 0.9^n = 0.95 \Rightarrow n = 28.4$. Also 29 Briefe.

5. 5.1 $3 \cdot 0.05 \cdot 0.35^{5/8} = 0.078$

   5.2 $\sum_{k=1}^{365} 3 \cdot 0.050.35^{k/8} = 1.0697$

   5.3 Die Lösung der folgenden Gleichung gibt $x = 2,805$ Liter.

   $$\sum_{k=0}^{\infty} x \cdot 0.050.35^{k/8} = 1.$$

6. 6.1

6.1.1 Löse das System
$0.11+0.32+0.35+0.12+a+b=1$ und $0.11+0.64+1.05+0.48+5a+6b=2.82$.
Das ergibt $a=0.06$ und $b=0.04$.

6.1.2 $$\sqrt{\left(\sum_{k=1}^{6}(k-2.82)^2\cdot P(X=k)\right)}=1.2$$

6.2 Gegeben ist die Funktion $y(x)=\frac{1}{2n}x^2-3x$, wobei $n\in\mathbb{N}$ und $n>0$.

6.2.1 Für $n=5$ ergibt sich $y(x)=1/10x^2-x$. Diese Funktion hat die Nullstellen 0 und 30. Es gilt $y'(30)=3$. Der Winkel ist $\arctan(3)=71.57°$.
Allgemein ergibt sich die Nullstelle $6n$. Die Ableitung ist $y'(x)=1/n\cdot x-3$, also $y'(6n)=3$. Mithin ist der Winkel unabhängig von n gleich $71.57°$.

6.2.2

a) Die Fläche befindet sich unterhalb der x-Achse. Zu lösen ist deshalb
$$A_n=-\int_0^{6n}y(x)dx=162\text{ , also } x=3.$$

b) Es ist
$$A_n=-\int_0^{6n}y(x)dx=18n^2.$$
Dies ergibt $a_n=18(n+1)^2-18n^2=36n+18$.