Klausur Nummer 3 **3cN , Gruppe A, 3.4.2002**

Name:

Aufgabe	1	2	3	4	5	6
Punkte						

Summe: Note:

Insgesamt gibt es 25 Punkte.

Aufgabe 1: (3 Punkte) Gegeben sind die Ebene $\mathbb{E} : 3x + 4y + z = 2$ und die Gerade

$$g : \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Berechne den Schnittpunkt.

Aufgabe 2: (3 Punkte) Gegeben ist die Ebene $2x - y - 2z = 3$. Finde eine Parameterdarstellung der Ebene.

Aufgabe 3: (8 Punkte) Gegeben ist die Ebene

$$\mathbb{E} : \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 42 \\ 84 \\ 126 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

a) (3 Punkte) Berechne den Abstand zwischen $P(-1|2|4)$ und $\mathbb{E}$.

b) (2 Punkte) Spiegle die Gerade $g : \vec{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ an der Ebene $\mathbb{E}$.

c) (2 Punkte) Spiegle die Gerade $g : \vec{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ an der Ebene $\mathbb{E}$. (Tipp: diese Gerade hat eine besondere Lage zur Ebene $\mathbb{E}$.)

Aufgabe 4: (4 Punkte) Gegeben sind die Parameterdarstellungen

$$\mathbb{E} : \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

und

$$\mathbb{F} : \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2 \\ 7 \\ 5 \end{pmatrix}$$

Finde die Schnittgerade.

BITTE WENDEN!

Aufgabe 5: (4 Punkte) Gegeben sind die beiden Parameterdarstellungen

$$\mathbb{E} : \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

und

$$\mathbb{F} : \vec{x} = \begin{pmatrix} 5 \\ 8 \\ 4 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 4 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ -2 \end{pmatrix}$$

Prüfe, ob es sich um verschiedene Parameterdarstellungen derselben Ebene handelt.

Es gibt viele Lösungswege. Volle Punktzahl gibt es nur, wenn in Worten begründet wird, warum Dein Lösungsweg zur richtigen Entscheidung führt.

Aufgabe 6: (3 Punkte) Gegeben sind die Geraden

$$g : \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ und } h : \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 7 \\ 2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Finde eine Ebene, die keine der beiden Geraden schneidet.

Zusatzaufgabe (3 Punkte) Gegeben sind die beiden Geraden

$$g : \vec{x} = \vec{p} + t\vec{u} \text{ und } h : \vec{x} = \vec{q} + s\vec{v}.$$

Von den beiden Geraden ist bekannt, dass sie windschief sind.

Gesucht ist der kürzeste Abstand zwischen g und h. Beschreibe, wie sich dieser Abstand berechnen lässt.