

Name:

Aufgabe	1	2	3	4	5	6
Punkte						

Summe:

Note:

Insgesamt gibt es 27 Punkte.

**Aufgabe 1** (4 Punkte) Finde das explizite Bildungsgesetz der Folgen, deren erste Glieder hier angegeben sind.

- a)  $a_0 = 3; a_1 = 7; a_2 = 11; \dots$
- b)  $b_0 = 30; b_1 = 7.5; b_2 = 1.875; \dots$
- c)  $c_1 = 2; c_1 = 1.5; c_3 = 1.25; c_4 = 1.125; \dots$

**Aufgabe 2** (2 Punkte) Drücke die folgende Reihe mit dem Summenzeichen aus. (Dabei muss das Bildungsgesetz der Folge verwendet werden.

$$6 + 12 + 24 + 48 + 96$$

**Aufgabe 3** (4 Punkte) Berechne ohne Verwendung des Summenzeichens auf dem TI89.

a) 
$$\sum_{k=1}^5 (1 - 0.2^k)$$

b) 
$$\sum_{k=1}^{42} (5^k - 5^{k-1})$$

**Aufgabe 4** (6 Punkte) Finde eine gebrochen rationale Funktion  $f(x)$  mit Grenzwert  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 2$ , Nullstellen bei 2 und 4, einem Pol mit Vorzeichenwechsel bei  $x = 3$  und einem Pol ohne Vorzeichenwechsel bei  $x = 5$ . Dabei soll der Grad des Polynoms im Zähler nicht höher als 3 sein. (Punkte gibt es auch für Funktionen, die nicht alle Bedingungen erfüllen.)

**Aufgabe 5** (5 Punkte) Skizziere eine Funktion, die einen Pol mit Vorzeichenwechsel bei  $x = 2$ , einen Pol ohne Vorzeichenwechsel bei  $x = 4$  und eine Nullstelle bei 3 hat. Die Asymptote soll  $y = x/2 - 1$  sein.

**Aufgabe 6** (6 Punkte) Bestimme bei allen Definitionslücken, ob die Funktion

- sich stetig fortsetzen lässt (bestimme dann auch die Fortsetzung) oder
- einen Pol hat (bestimme bei Pol ohne Vorzeichenwechsel den Grenzwert, bei Pol mit Vorzeichenwechsel den rechts- und den linksseitigen Grenzwert).

Dabei muss der ohne TI89 nötige Lösungsweg dargestellt werden.

$$\frac{(x^2 + x - 6)(x - 3)^3(x + 4)^3(x - 42)^4}{(x^2 - 5x + 6)^2(x^2 + 8x + 16)(x - 42)^{10}}$$

**Lösungen:** 1)  $a_n = 3 + 4n; b_n = 30 \cdot 4^{-n}; c_n = 1 + 0.5^{n-1}$

2)  $\sum_{k=0}^6 6 \cdot 2^k$  3) a) 4.75008 b)  $5^{42} - 1$  4)  $\frac{2(x-2)(x-4)^k}{(x-3)(x-5)^2}$

6) bei  $x = -4$  stetig fortsetzbar mit  $f(-4) = 0$ , genauso bei  $x = 3$ . Bei  $x = 2$  Pol mit Vorzeichenwechsel, linksseitiger Grenzwert  $\infty$ , rechtsseitiger  $-\infty$ . Bei  $x = 42$  Pol ohne Vorzeichenwechsel, Grenzwert  $\infty$ .