

Name:

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7
Punkte							

Summe:

Note:

Insgesamt gibt es 32 Punkte. Werden Ableitungen benutzt, so müssen diese angegeben werden. Ebenso die Gleichungen, die mit solve gelöst werden.

Aufgabe 1 (7 Punkte) Gegeben ist die Funktion $f(x) = \frac{x^3 - x^2}{x^2 - 1}$. Führe eine Kurvendiskussion durch: Bestimme Nullstellen, Definitionslücken (stetig fortsetzbar?), Pole (mit und ohne Vorzeichenwechsel), Extrempunkte, Sattelpunkte, Asymptote. Schreibe jeweils dabei, wie sich die Ergebnisse ohne vorherige Betrachtung des Graphen erhalten lassen.

Zeichne danach den Graphen, wobei alle Erkenntnisse aus der Kurvendiskussion genau eingetragen werden müssen. Masstab: 2 Häuschen= 1 Einheit

Aufgabe 2 (4 Punkte) Gegeben ist die Funktion $g(x) = x^3 - 3kx^2 + 3x$, wobei k ein Parameter ist.

Für welche Werte von k hat der Graph

- lokale Extrempunkt(e)
- Sattelpunkt(e)
- weder Extrem- noch Sattelpunkte?

Aufgabe 3 (4 Punkte) Finde eine Funktion mit den folgenden Eigenschaften: (Tipp: erst mal skizzieren)

- Die Stelle -1 ist Nullstelle der Funktion.
- an der Stelle -2 hat der Graph einen Wendepunkt
- Die Gleichung der Tangente am Wendepunkt lautet $y = 3x + 2.5$

Aufgabe 4 (3 Punkte) Gegeben ist die Funktion $f : x \mapsto x^3 - x^2 - 4x + 4$

Gesucht ist eine quadratische Funktion g mit den gleichen Nullstellen wie f für $x > 0$. In der grösseren der beiden Nullstellen soll der Graph von g ausserdem den Graphen von f berühren.

Aufgabe 5 (3 Punkte) Von einer Polynomfunktion 4. Grades f ist bekannt, dass $f(2) = 3$ und $f(-2) = 3$. Ausserdem ist $f''(x) = 12x^2 - 4$. Bestimme $f(x)$.

BITTE WENDEN!

Aufgabe 6 (5 Punkte) Eine Dose ist mit 0.5l Inhalt ist zylinderförmig (gerader Zylinder). Berechne Höhe und Radius so, dass die Oberfläche (also der Materialverbrauch für die Verpackung) minimal wird.

Aufgabe 7 (6 Punkte) Zwei Strassen kreuzen sich in einem Winkel von 75 Grad. In 50m Entfernung von der Kreuzung befindet sich auf der einen Strasse ein Fahrzeug A. Auf der anderen Strasse befindet sich ein Fahrzeug B in 75m Entfernung von der Kreuzung. Nun beginnt sich A auf die Kreuzung mit 10m/s zuzubewegen. Fahrzeug B beginnt gleichzeitig, sich von der Kreuzung weg zu bewegen.

Berechne die kürzeste Entfernung der beiden Punkte (Luftlinie), wenn

- a) sich Fahrzeug B mit 1m/s bewegt.
- b) sich Fahrzeug B mit 100m/s bewegt.

Lösungen: 1) Nullstellen 0 und 1, Def.lücke bei 1 (Fortsetzung 0.5) , Pol mit VZW bei -1 , Max $(-2| -4)$, Min. $(0|0)$ Asymptote $y = x - 1$

2) Sattel bei ± 1 , Extrema für $|x| > 1$, sonst weder noch

3) $f(x) = 0.5x^3 + 3x^2 + 9x + 6.5$ 4) $f(x) = 4(x - 1)(x - 2)$ 5) $f(x) = x^4 - 2x^2 - 5$

6) 4.3 und 8.6cm

7) a) 74.99m b) 78.64m