

Name:

Aufgabe	1	2	3	4	5	6
Punkte						

Summe:

Note:

Insgesamt gibt es 21 Punkte.

Berechne die folgenden Integrale. Verwende nach Bedarf die Substitutionsregel. Es kann sich um uneigentliche Integrale handeln. Für jede dieser Aufgaben gibt es 3 Punkte.

**Aufgabe 1:**  $\int_0^3 (x+3)^4 dx$

**Aufgabe 2:**  $\int_2^5 (2x-4)^{-1/2} dx$

**Aufgabe 3:**  $\int_1^2 (3x^2-3)(x^3-3x)^{-1} dx$

Nun kommen Volumenberechnungen. Für jede dieser Aufgaben gibt es 4 Punkte.

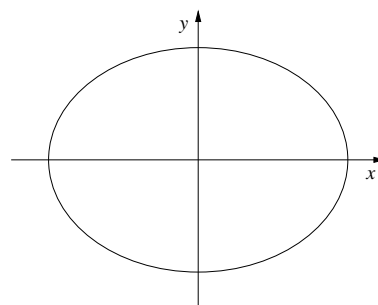
**Aufgabe 4:** Der Graph der Funktion  $f(x) = -(x-2)^2 + 1$  schliesst mit der  $x$ - und der  $y$ -Achse eine Fläche ein. (Tipp: Zeichne diese Fläche.)

Wie gross ist das Volumen, wenn diese Fläche um die  $y$ -Achse rotiert? (Vorsicht: gemeint ist wirklich die  $y$ -Achse...)

**Aufgabe 5:** Eine Ellipse ist gegeben durch die Gleichung

$$\frac{1}{16}x^2 + \frac{1}{9}y^2 = 1$$

Alle Punkte  $(x|y)$ , die diese Gleichung erfüllen liegen also auf der Ellipse.



- In welchen Punkten schneidet diese Ellipse die  $x$ -Achse, in welchen Punkten schneidet sie die  $y$ -Achse? (Tipp: Überlege Dir vorher, welche Bedingung die Koordinaten aller Punkte auf der  $x$ -Achse erfüllen).
- Die Ellipse rotiert um die  $x$ -Achse. Welches Volumen hat der Rotationskörper?

**Aufgabe 6:** Hier ist  $s$  irgendeine reelle Zahl. Gezeichnet ist die Kurve  $f(x) = x^{-s}$ . Die markierte Fläche unter der Kurve (zwischen 0 und 1) rotiert um die  $x$ -Achse. Welche Bedingung muss an  $s$  gestellt werden, damit das Volumen endlich ist?

