

Name:

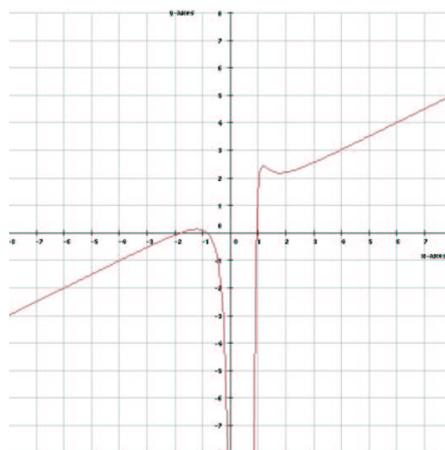
Aufgabe	1	2	3	4	5	6
Punkte						

Summe:

Note:

Insgesamt gibt es 31 Punkte.

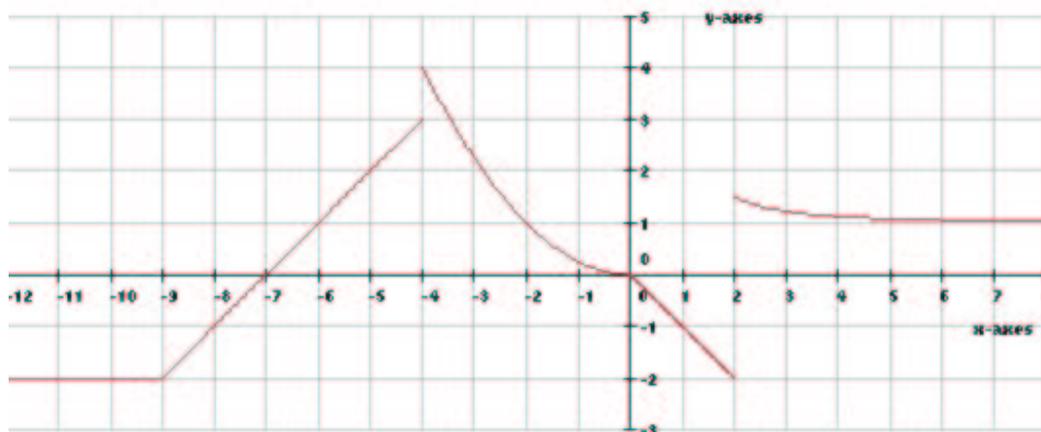
**Aufgabe 1:** (3 Punkte) Zeichnen Sie bei der folgenden Funktion die Gerade ein, die die Asymptote zu sein scheint (sicher sind wir nicht, bis  $\infty$  kann noch viel passieren, das im Bild nicht sichtbar ist).  
Wie lautet die Gleichung der von Ihnen eingezeichneten Gerade?



**Aufgabe 2:** (8 Punkte) Gezeichnet ist der Graph von  $f$ . Die Funktionsgleichung ist nicht bekannt.

Bestimmen Sie aus der Zeichnung heraus die gefragten Dinge. Notieren Sie Ihre Ergebnisse in einer korrekten Schreibweise. Bei den ersten beiden Teilaufgaben können Sie nicht ganz sicher sein. So wie der Graph am Rand des Bildes aussieht gibt es aber eine eindeutige Tendenz.

- a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$
- b)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$
- c) (4 Punkte) An welchen Stellen ist die Funktion nicht stetig? Bestimmen Sie dort jeweils den linksseitigen und den rechtsseitigen Grenzwert. (Vorsicht, jede Stelle, die Sie zu viel angeben, gibt Minuspunkte.)



**Aufgabe 3:** (8 Punkte) Finden Sie für den folgenden Funktionen die angegebenen Grenzwerte. Dabei soll nicht die Grenzwert-Funktion des Taschenrechners benutzt werden. (Tipp: geschicktes Ausklammern führt zum Ziel.)

- a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 + 3x}{3x^4 + 2}$
- b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{42x^4 + 1}{x^7 + 5}$
- c)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{0.5x^7 + 12x}{37x^4 + 43x^3 + 12x^2 + 49x + 3}$
- d)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( 4 + \frac{x + 2}{x^2 + 4} \right)$

**Aufgabe 4:** (4 Punkte) Setzen Sie bei den Definitionslücken stetig fort.

- a)  $\frac{x^2 + 12x + 35}{x + 5}$
- b)  $\frac{x^3 + 4x^2 - 3x - 2}{x - 1}$

**Aufgabe 5:** (10 Punkte) Unten sind einige Funktionen der Form

$$f : x \mapsto \frac{(x - 2)^n(x - 1)}{(x - 2)^m} \quad (1)$$

dargestellt. Bei  $x = 2$  befindet sich also eine Definitionslücke. Beantworten Sie dazu die folgenden Fragen. (Tipp: Kürzen hilft.)

- a) (3 Punkte) Bei welchen der aufgeführten Funktionen gilt

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 0?$$

Beantworten Sie allgemein: Welche Bedingung muss in der Funktionsgleichung (1) an  $n$  und  $m$  gestellt werden, damit der Grenzwert für  $x \rightarrow 2$  Null ist?

- b) (3 Punkte) Bei welchen der aufgeführten Funktionen gilt

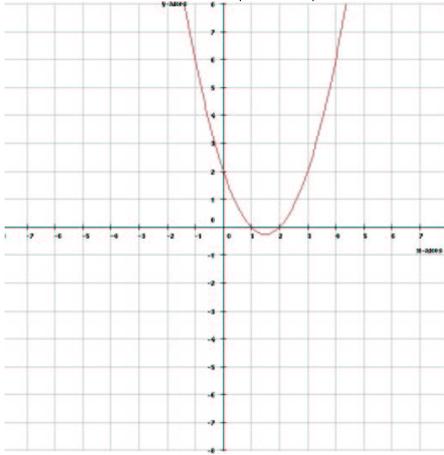
$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 1?$$

Beantworten Sie allgemein: Welche Bedingung muss in der Funktionsgleichung (1) an  $n$  und  $m$  gestellt werden, damit der Grenzwert für  $x \rightarrow 2$  eins ist?

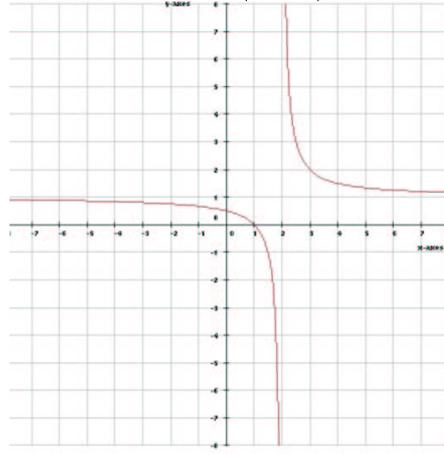
- c) Einige der Funktionen haben für  $x \rightarrow 2$  keinen Grenzwert. Dabei gehen einige der Funktionen von beiden Seiten gegen  $+\infty$ , einige gehen von links aus gegen  $-\infty$ .
- (3 Punkte) Suchen Sie Bedingungen an  $n$  und  $m$ , wann entweder der eine oder der andere Fall auftritt.
  - (1 Punkt) Versuchen Sie eine Begründung für das unterschiedliche Verhalten zu finden.

---

$$f_1 : x \mapsto \frac{(x-2)^3(x-1)}{(x-2)^2}$$

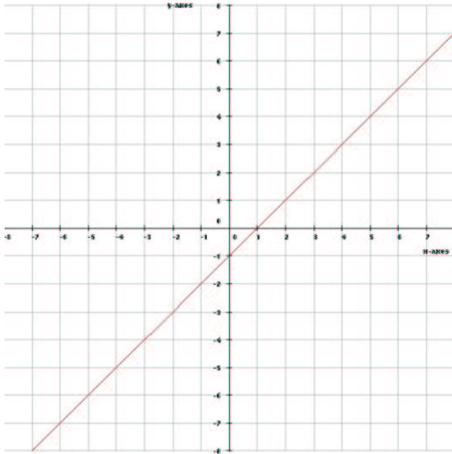


$$f_2 : x \mapsto \frac{(x-2)^2(x-1)}{(x-2)^3}$$

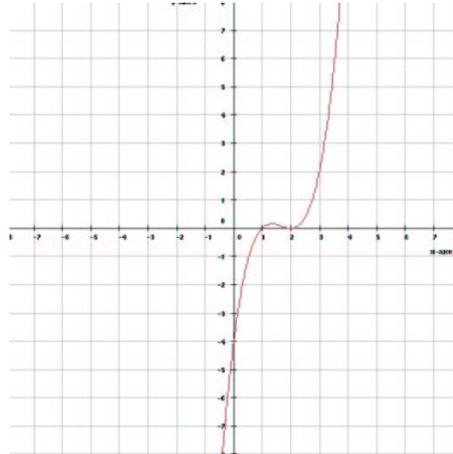


---

$$f_3 : x \mapsto \frac{(x-2)^3(x-1)}{(x-2)^3}$$

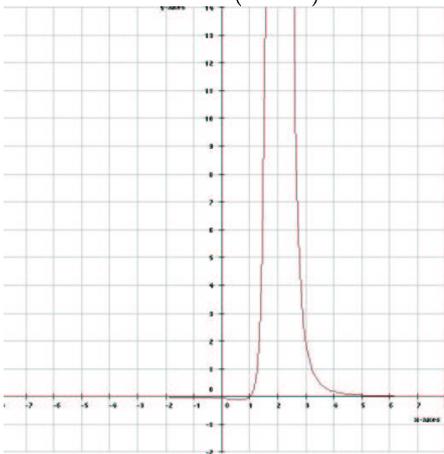


$$f_4 : x \mapsto \frac{(x-2)^6(x-1)}{(x-2)^4}$$

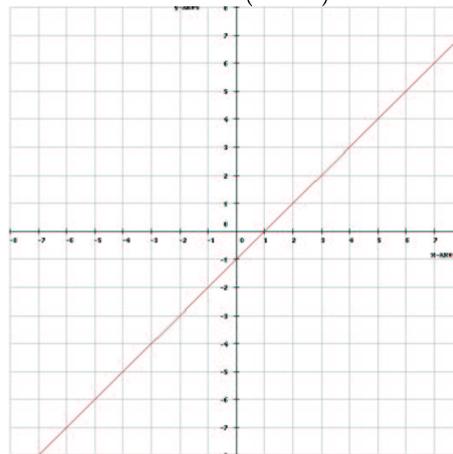


---

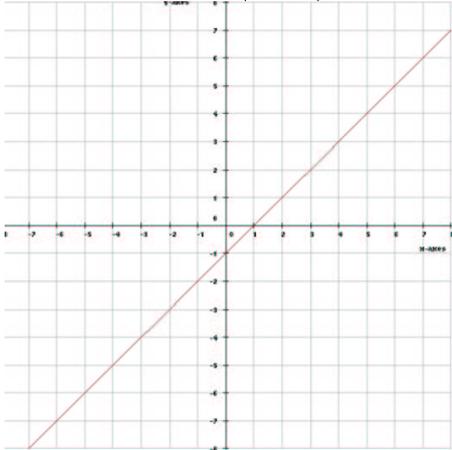
$$f_5 : x \mapsto \frac{(x-2)^5(x-1)}{(x-2)^9}$$



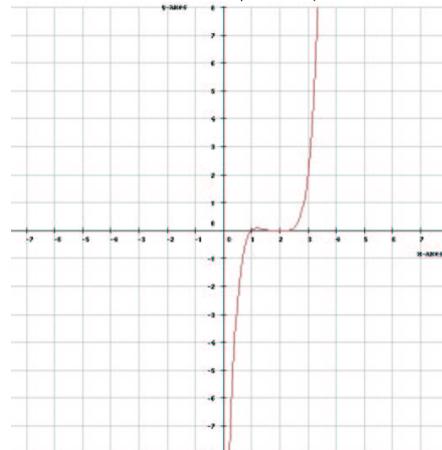
$$f_6 : x \mapsto \frac{(x-2)^9(x-1)}{(x-2)^9}$$



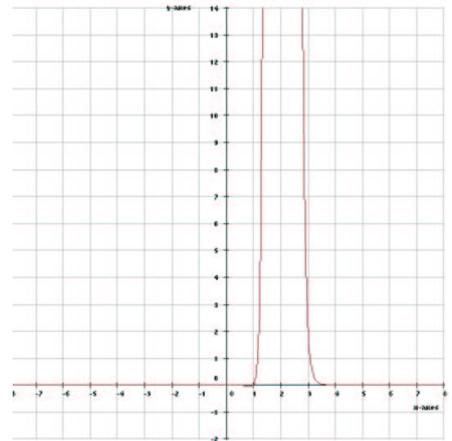
$$f_7 : x \mapsto \frac{(x-2)^5(x-1)}{(x-2)^5}$$



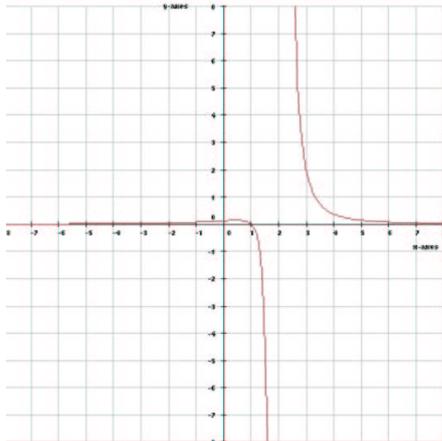
$$f_8 : x \mapsto \frac{(x-2)^9(x-1)}{(x-2)^5}$$



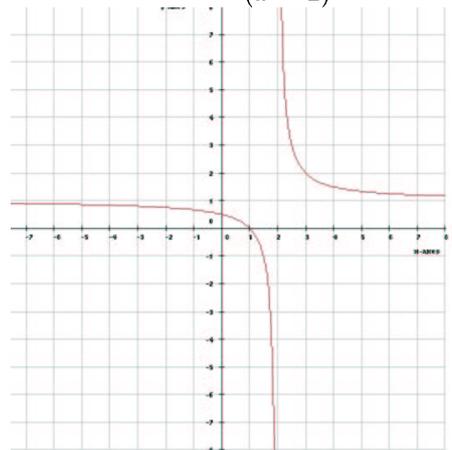
$$f_9 : x \mapsto \frac{(x-2)^2(x-1)}{(x-2)^{12}}$$



$$f_{10} : x \mapsto \frac{(x-2)^2(x-1)}{(x-2)^5}$$



$$f_{11} : x \mapsto \frac{(x-2)^4(x-1)}{(x-2)^5}$$



$$f_{12} : x \mapsto \frac{(x-2)^8(x-1)}{(x-2)^{10}}$$

