Klausur Nummer 4 — 2aM, Gruppe A, 19.6.2001

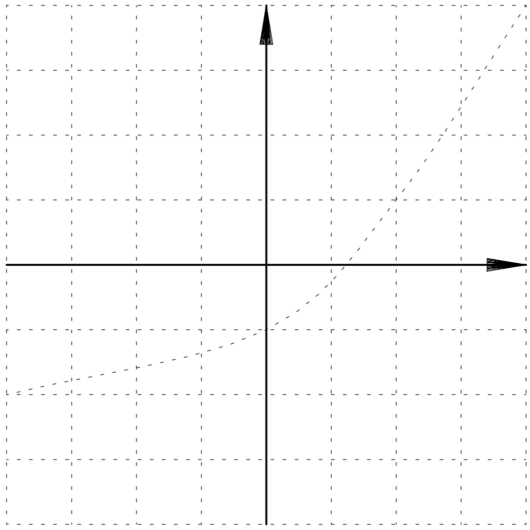
Name:

Aufgabe	1	2	3	4	5	6
Punkte						

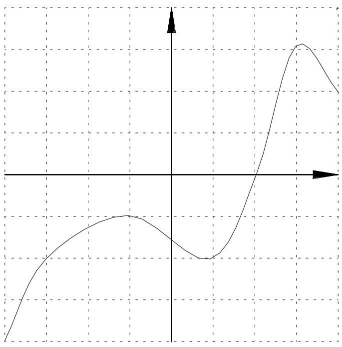
Summe: **Note:**

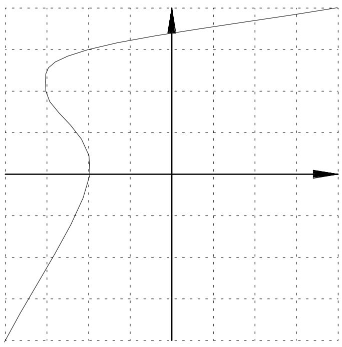
Insgesamt gibt es 28 Punkte.

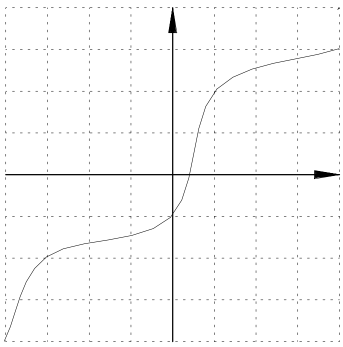
Aufgabe 1: (5 Punkte) Im Bild rechts ist die Funktion f gestrichelt gezeichnet. Trage die folgenden Funktionen in das gleiche Koordinatensystem ein.
$g : x \mapsto f(x+1) - 2$
$h : x \mapsto f(-x) + 3$



Aufgabe 2: (5 Punkte) Entscheide bei den folgenden drei Schaubildern,
a) ob es sich um Graphen von Funktionen handelt und wenn ja,
b) ob die Funktionen umkehrbar sind. Vorsicht: falsche Antworten geben Punktabzug.





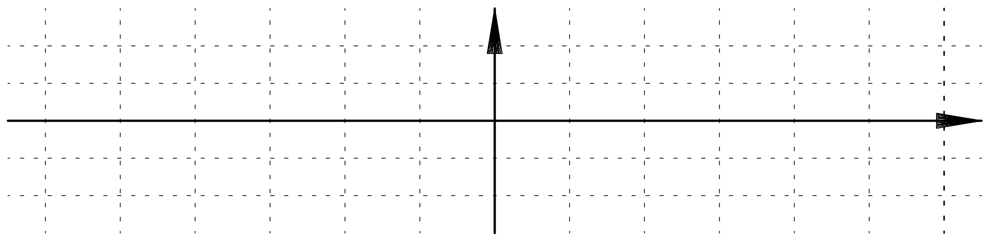


Aufgabe 3: (5 Punkte) Die Funktion $f : x \mapsto x^2 - 4x + 6$ ist nicht als Ganzes umkehrbar.
a) (2 Punkte) Zerlege den Definitionsbereich von f in zwei Teile auf denen die Funktion umkehrbar ist. (Es ergeben sich zwei Funktionen f_1 und f_2 mit der gleichen Zuordnungsvorschrift aber verschiedenen Definitionsbereichen.)
b) (1 Punkt) Wie lautet der Wertebereich von f_1 bzw f_2?
c) (2 Punkte) Wie lauten die Zuordnungsvorschriften der Umkehrfunktionen f_1^{-1} und f_2^{-1}?

Aufgabe 4: (3 Punkte) Das Schaubild der Funktion mit der Zuordnungsvorschrift $f : x \mapsto x^2 - 4x + 6$ wird zunächst um den Vektor $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ verschoben und dann an der y-Achse gespiegelt. Wie heisst die Zuordnungsvorschrift der verschobenen und gespiegelten Funktion?

Aufgabe 5: (2 Punkte) Gegeben sind die Funktionen $f : x \mapsto x^2 - 4x + 6$ und $g : x \mapsto 1/x$ und $h : x \mapsto \sqrt{x}$. Wie lautet die Zuordnungsvorschrift von $f \circ g \circ h$?

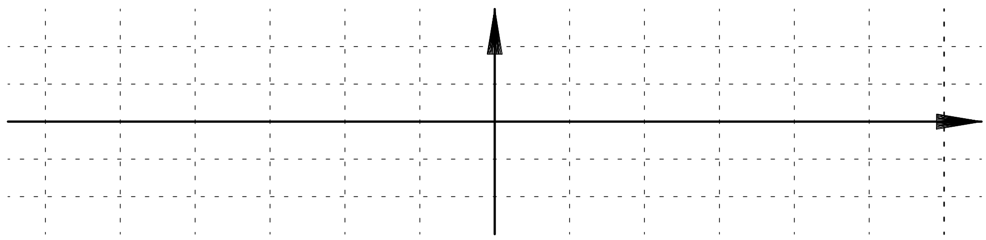
Aufgabe 6: (8 Punkte) *Die Sinusfunktion:* Jedem Winkel α lässt sich $\sin\alpha$ zuordnen. Wir haben gesehen, dass sich der Sinus für Winkel beliebiger Grösse definieren lässt. Wird die entsprechende Funktion gezeichnet, so ergibt sich das folgende Schaubild:



a) Markiere in diesem Schaubild einen möglichst grossen Bereich in dem die Sinusfunktion umkehrbar ist.
b) Zeichne in einem geeigneten Koordinatensystem die Umkehrfunktion ein. (Die Wahl der Einheiten ist im Bild oben nicht auf beiden Achsen gleich, deshalb lässt sich die Umkehrfunktion nicht ohne weiteres im gleichen Koordinatensystem darstellen.)

c) Bei welcher der drei Operationen ergibt sich wieder der gleiche Graph?
☐ Spiegelung des Graphen von $\sin\alpha$ an der y-Achse
☐ Spiegelung an der x-Achse
☐ Spiegelung am Koordinatenursprung.
Welche der folgenden Gleichungen gilt also:
☐ $\sin\alpha = \sin(-\alpha)$
☐ $\sin\alpha = -\sin(\alpha)$
☐ $\sin\alpha = -\sin(-\alpha)$

d) Die Cosinusfunktion ist im Bild unten dargestellt. Genaues Hinschauen zeigt, dass sich der Graph der Cosinusfunktion ergibt, wenn der Graph der Sinusfunktion verschoben wird.



Welche der folgenden Gleichungen gilt? (Die Antwort lässt sich aus den Bildern ablesen)
☐ $\sin\alpha = \cos(\alpha + 90°)$
☐ $\sin\alpha = \cos(\alpha) + 90°$
☐ $\sin\alpha = \cos(\alpha - 90°)$
☐ $\sin\alpha = \cos(\alpha) - 90°)$

Klausur Nummer 4 — 2aM, Gruppe B, 19.6.2001

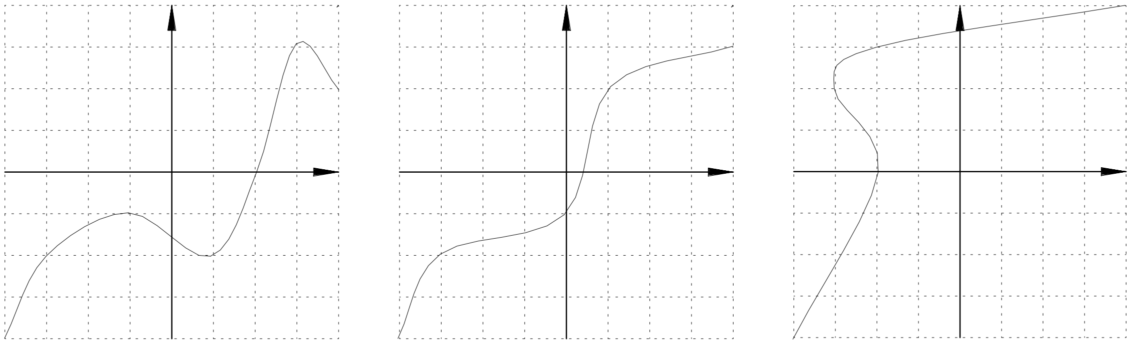
Name:

Aufgabe						
Punkte						

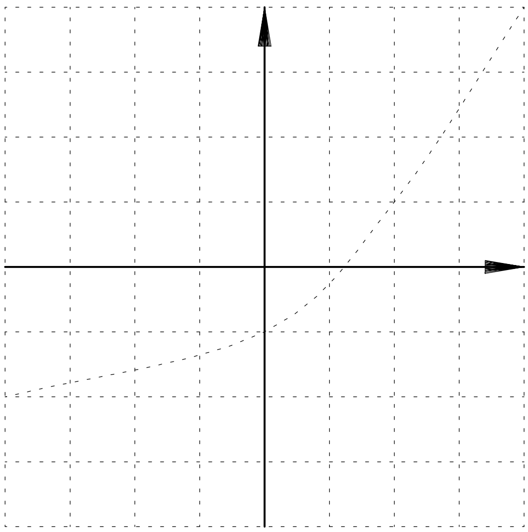
Summe: **Note:**

Insgesamt gibt es 28 Punkte.

Aufgabe 1: (5 Punkte) Entscheide bei den folgenden drei Schaubildern,
a) ob es sich um Graphen von Funktionen handelt und wenn ja,
b) ob die Funktionen umkehrbar sind. Vorsicht: falsche Antworten geben Punktabzug.



Aufgabe 2: (5 Punkte) Im Bild rechts ist die Funktion f gestrichelt gezeichnet. Trage die folgenden Funktionen in das gleiche Koordinatensystem ein.
$g : x \mapsto f(x-1)+2$
$h : x \mapsto f(-x)-2$

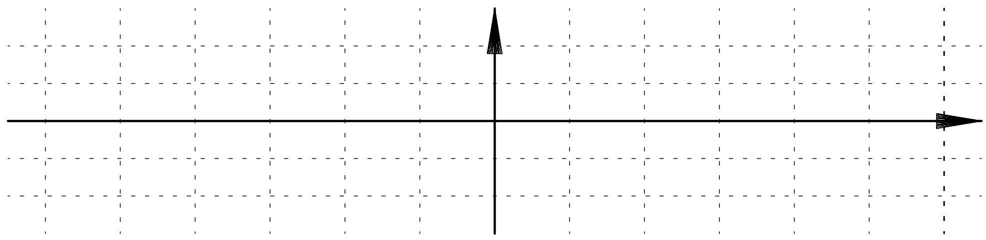


Aufgabe 3: (3 Punkte) Das Schaubild der Funktion mit der Zuordnungsvorschrift $f : x \mapsto x^2+4x+2$ wird zunächst um den Vektor $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ verschoben und dann an der y-Achse gespiegelt. Wie heisst die Zuordnungsvorschrift der verschobenen und gespiegelten Funktion?

Aufgabe 4: (5 Punkte) Die Funktion $f : x \mapsto x^2+4x+2$ ist nicht als Ganzes umkehrbar.
a) (2 Punkte) Zerlege den Definitionsbereich von f in zwei Teile auf denen die Funktion umkehrbar ist. (Es ergeben sich zwei Funktionen f_1 und f_2 mit der gleichen Zuordnungsvorschrift aber verschiedenen Definitionsbereichen.)
b) (1 Punkt) Wie lautet der Wertebereich von f_1 bzw f_2?
c) (2 Punkte) Wie lauten die Zuordnungsvorschriften der Umkehrfunktionen f_1^{-1} und f_2^{-1}?

Aufgabe 5: (2 Punkte) Gegeben sind die Funktionen $f : x \mapsto x^2 + 4x + 2$ und $g : x \mapsto 1/x$ und $h : x \mapsto \sqrt{x}$. Wie lautet die Zuordnungsvorschrift von $f \circ g \circ h$?

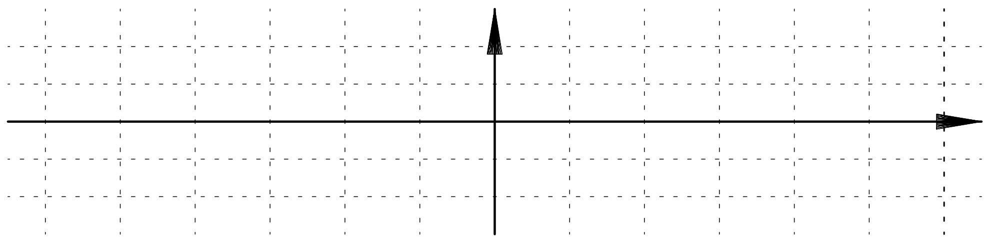
Aufgabe 6: (8 Punkte) *Die Sinusfunktion:* Jedem Winkel α lässt sich $\sin\alpha$ zuordnen. Wir haben gesehen, dass sich der Sinus für Winkel beliebiger Grösse definieren lässt. Wird die entsprechende Funktion gezeichnet, so ergibt sich das folgende Schaubild:



a) Markiere in diesem Schaubild einen möglichst grossen Bereich in dem die Sinusfunktion umkehrbar ist.
b) Zeichne in einem geeigneten Koordinatensystem die Umkehrfunktion ein. (Die Wahl der Einheiten ist im Bild oben nicht auf beiden Achsen gleich, deshalb lässt sich die Umkehrfunktion nicht ohne weiteres im gleichen Koordinatensystem darstellen.)

c) Bei welcher der drei Operationen ergibt sich wieder der gleiche Graph?
☐ Spiegelung des Graphen von $\sin\alpha$ an der y-Achse
☐ Spiegelung an der x-Achse
☐ Spiegelung am Koordinatenursprung.
Welche der folgenden Gleichungen gilt also:
☐ $\sin\alpha = \sin(-\alpha)$
☐ $\sin\alpha = -\sin(\alpha)$
☐ $\sin\alpha = -\sin(-\alpha)$

d) Die Cosinusfunktion ist im Bild unten dargestellt. Genaues Hinschauen zeigt, dass sich der Graph der Cosinusfunktion ergibt, wenn der Graph der Sinusfunktion verschoben wird.



Welche der folgenden Gleichungen gilt? (Die Antwort lässt sich aus den Bildern ablesen)
☐ $\sin\alpha = \cos(\alpha + 90°)$
☐ $\sin\alpha = \cos(\alpha) + 90°$
☐ $\sin\alpha = \cos(\alpha - 90°)$
☐ $\sin\alpha = \cos(\alpha) - 90°)$