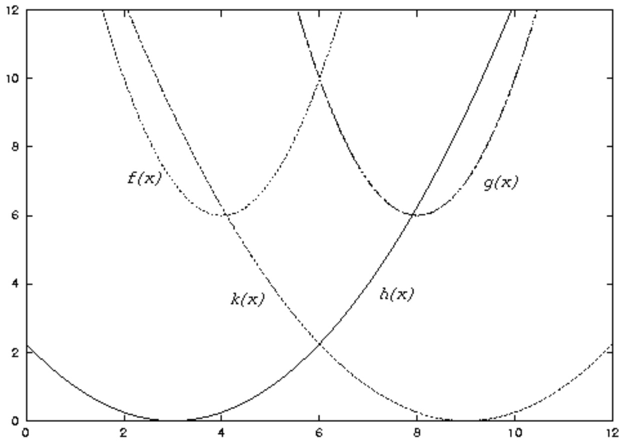
1. Die quadratische Funktion $f(x)$ hat die folgenden Eigenschaften:
   - Die Steigung an der Stelle $x = 3$ ist -2.
   - Die Steigung an der Stelle $x = 5$ ist 2.
   - Für $x = 4$ hat die Funktion den Wert 6.

   Weiterhin sind die folgenden Funktionen gegeben:

   $$g(x) = (x - 8)^2 + 6$$

   $$h(x) = 1/4(x - 3)^2 \text{ und } k(x) = 1/4(x - 9)^2.$$

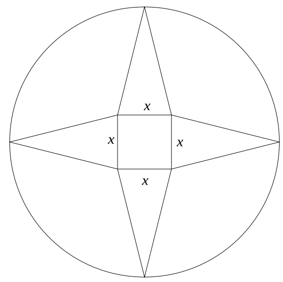
   a) Berechne die Funktionsgleichung von $f(x)$. Du darfst auch an Hand der Graphik eine Funktionsgleichung raten und die Eigenschaften dann überprüfen.

   b) Die Graphen der vier Funktionen $f(x)$, $g(x)$, $h(x)$ und $k(x)$ begrenzen gemeinsam ein Flächenstück. Berechne dessen Flächeninhalt. (Solltest Du im ersten Aufgabenteil die Funktion $f(x)$ nicht bestimmt haben, so darfst Du hier mit $f(x) = \frac{2}{9}(x - 3)^2 + 8$ rechnen.)

2. Die folgenden Teilaufgaben sind unabhängig voneinander.

   a) Gesucht wird ein Polynom 4. Grades, dessen Graph die folgenden Bedingungen erfüllt: Extremalwert (0 | 0), Wendepunkt (2 | 3), Tangente am Wendepunkt parallel zur Geraden $y = 2x$.

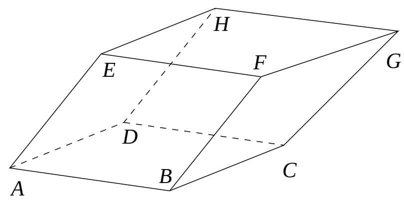
   b) Aus einem kreisförmigen Stück Karton mit Radius $r = 1$m soll ein Netz einer geraden quadratischen Pyramide ausgeschnitten werden (siehe nebenstehende Skizze).

   b.1) Berechne das Volumen V der Pyramide für eine Grundkante der Länge $x = 0.2$m.

   b.2) Berechne die Grundkante und die Pyramidenhöhe, wenn das Volumen maximal ist.

3. Gegeben ist ein Spat, dessen Ecken wie im Bild links angeordnet sind. Folgende Koordinaten sind bekannt: $A(1|-4|2)$, $B(0|0|0)$, $E(0|-3|6)$ und $H(-2|-2|7)$. Weiter ist M_1 der Mittelpunkt der Kante BF und M_2 der Mittelpunkt der Seitenfläche $AEHD$. Es wird das Dreieck $\Delta = AM_2M_1$ betrachtet. E_1 ist die Ebene, in der Δ liegt.

   a) Berechne den Umfang und die Winkel im Dreieck Δ.

   b) E_2 ist die Ebene, in der das Parallelogramm $EFGH$ liegt. Berechne Schnittgerade und Schnittwinkel von E_1 und E_2.

   c) Welchen Abstand hat der Punkt B von der Ebene E_1?

4. Im Leitungswasser der Gemeinde Grettlach ist die Substanz T_2L_3 vorhanden.

   Die Konzentration beträgt 0.05mg/l.

   Frau Ello kommt neu nach Grettlach, in ihrem Körper ist die Substanz bisher nicht vorhanden. Sie konsumiert täglich 3l des Wassers.

   Der Abbau der Substanz im Körper erfolgt exponentiell. Es wird innerhalb von 7 Tagen 60 Prozent der Substanz abgebaut.

   a) Wieviel mg des am ersten Tag aufgenommenen T_2L_3 ist nach 5 Tagen noch in Frau Ellos Körper vorhanden?
   b) Wieviel Substanz ist insgesamt bei täglichem Konsum nach 1 Jahr (365 Tage) im Körper vorhanden?
   c) Wieviel Wasser darf Frau Ello pro Tag von diesem Wasser regelmässig konsumieren, damit nie mehr als der Grenzwert von 1mg im Körper vorhanden ist?

   Vereinfachende Annahme:

   Das Wasser wird jeweils genau um 00.00h getrunken. Nach einem Tag wurden also 3l getrunken und wie oben beschrieben zum Teil abgebaut.

   Bemerkung:

   Sowohl Frau Ello als auch die Substanz T_2L_3 und die Gemeinde Grettlach sind frei erfunden.

5. In einer Urne liegen 15 blaue und 5 rote Kugeln. Es wird eine Kugel ohne Zurücklegen gezogen. Anschliessend wird eine Kugel von jener Farbe, die nicht gezogen wurde, in die Urne gelegt. Daraufhin wird ein zweites Mal eine Kugel gezogen.

   Wurden nun zwei blaue Kugeln gezogen, so beträgt der Gewinn 2 Franken, bei zwei verschieden farbigen Kugeln 4 Franken und bei zwei roten Kugeln beträgt der Verlust 1 Franken.

   a) Wie gross ist der Erwartungswert des Gewinns?
   b) Nun liegen n blaue und $20 - n$ rote Kugeln in der Urne. Für welches n ist der Erwartungswert des Gewinns maximal?

6. Die folgenden Teilaufgaben sind unabhängig voneinander.

   a) Ein Markenartikel soll weiterhin im Sortiment einer Supermarktkette behalten werden, falls er einen Bekanntheitsgrad von 80% (oder mehr) besitzt.

      Von 50 zufällig ausgewählten Personen kennen 35 den Artikel. Die Firma nimmt darauf den Artikel aus dem Sortiment. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist dies ein Fehlentscheid?
   b) Gegeben ist die folgende lineare Abbildung: $f(\overrightarrow{x}) = \begin{bmatrix} \frac{41}{13} & -\frac{6}{13} \\ \frac{5}{13} & \frac{24}{13} \end{bmatrix} \cdot \overrightarrow{x}$

      b.1) Bestimme das Bild der Geraden $2x + 3y = 5$ unter dieser linearen Abbildung.

      b.2) Ein Parallelogramm $ABCD$ habe den Koordinatenursprung als Diagonalenschnittpunkt. Wähle die Punkte A, B, C und D so, dass die Diagonalen Fixgeraden der Abbildung sind.