

1. Gegeben ist die Funktion $y(x) = \frac{2x^2 - 8x + 8}{5(x + 1)}$.

1.1 Führe von dieser Funktion eine vollständige Kurvendiskussion durch. (Definitionslücken, Polstellen, Asymptoten, Nullstellen, Extrema, Wendepunkte und Graph.)

1.2 Gesucht ist Das Rechteck $ABCD$ mit dem kleinsten Umfang, dass die folgenden Eigenschaften hat:

$A = (0|0)$ ist der Koordinatenursprung, B liegt auf der x -Achse, D liegt auf der y -Achse und C liegt auf dem Graphen von $y(x)$ im ersten Quadranten.

2. Gegeben ist ein Spat, dessen Ecken wie im Bild links angeordnet sind. Folgende Koordinaten sind bekannt

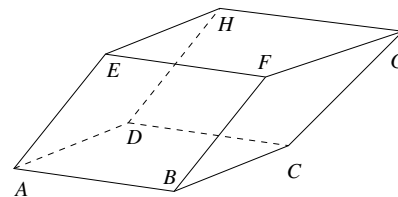
$A(1|-4|2)$, $B(0|0|0)$, $E(0|-3|6)$ und $H(-2|-2|7)$.

Weiter ist M_1 der Mittelpunkt der Kante DH und M_2

der Mittelpunkt der Seitenfläche $BCGF$. Es wird das

Dreieck $\Delta = AM_2M_1$ betrachtet. E_1 ist die Ebene, in

der Δ liegt.



2.1 Berechne den Umfang und die Winkel im Dreieck Δ .

2.2 E_2 ist die Ebene, in der das Parallelogramm $EFGH$ liegt. Berechne die Schnittgerade von E_1 und E_2 .

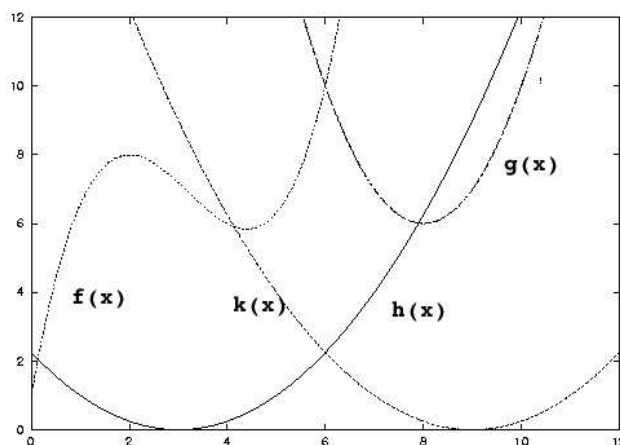
3. Das Polynom 3. Grades $f(x)$ hat die folgenden Eigenschaften:

- Ein Extremum befindet sich im Punkt $(2|8)$.
- Die Steigung an der Stelle $x = 4$ ist $-\frac{3}{4}$.
- Für $x = 6$ hat die Funktion den Wert 10.

Weiterhin sind die folgenden Funktionen gegeben:

$$g(x) = (x - 8)^2 + 6$$

$$h(x) = 1/4(x - 3)^2 \text{ und } k(x) = 1/4(x - 9)^2.$$



3.1 Berechne die Funktionsgleichung von $f(x)$.

3.2 Die Graphen der vier Funktionen $f(x)$, $g(x)$, $h(x)$ und $k(x)$ begrenzen gemeinsam ein Flächenstück. Berechne dessen Flächeninhalt. (Solltest Du im ersten Aufgabenteil die Funktion $f(x)$ nicht bestimmt haben, so darfst Du hier mit $f(x) = \frac{2}{9}(x - 3)^2 + 8$ rechnen.)

4. Die eingehenden Leserbriefe einer Jugendzeitschrift beschäftigen sich erfahrungsgemäss zu 55 Prozent mit dem Thema „Liebe und Sexualität“, zu 20 Prozent mit dem Thema „Musik“, zu 10 Prozent mit dem Thema „Sport“ und zu 15 Prozent mit sonstigen Themen.

Es wird angenommen, dass sich jeder der eingegangenen Briefe eindeutig einem der vier Themen zuordnen lässt.

- 4.1 Die eingegangenen Briefe werden thematisch sortiert und auf vier in einer Reihe liegende Stapel gelegt.

4.1.1 Wie viele verschiedene Anordnungen der vier Stapel sind möglich?

4.1.2 Wie viele unterschiedliche Anordnungen sind möglich, wenn der Stapel „Musik“ nicht neben dem Stapel „Sport“ liegen darf?

- 4.2 Die Zeitschrift lost unter den sehr vielen Einsenderinnen und Einsendern der Briefe in einem bestimmten Zeitraum fünf Preise aus. Ermittle die Wahrscheinlichkeit der folgenden Ereignisse:

4.2.1 Alle 5 Preise gehen an Einsenderinnen und Einsender aus dem Bereich „Liebe und Sexualität“.

4.2.2 Mindestens ein Preis geht an eine Einsenderin oder einen Einsender aus dem Bereich „Musik“.

- 4.3 Die Sportredakteurin der Zeitschrift benötigt dringend Briefe zum Thema „Sport“. Sie entnimmt der noch zu sortierenden Post 30 Briefe.

4.3.1 Wie viele Briefe zum Thema „Sport“ kann sie dabei erwarten?

4.3.2 Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass sie mindestens 3 aber höchstens 8 Briefe zum Thema „Sport“ herauszieht?

4.3.3 Wie viele Briefe müsste sie der eingegangenen Post entnehmen, damit sie mit einer Wahrscheinlichkeit von 95 Prozent mindestens eine Zuschrift zum Thema „Sport“ erhält?

5. Im Leitungswasser der Gemeinde Grettlach ist die Substanz T_2S_3 vorhanden.

Die Konzentration beträgt 0.05mg/l .

Frau Ello kommt neu nach Grettlach, in ihrem Körper ist die Substanz bisher nicht vorhanden. Sie konsumiert täglich 3l des Wassers.

Der Abbau der Substanz im Körper erfolgt exponentiell. Es wird innerhalb von 8 Tagen 65% der Substanz abgebaut.

- 5.1 Wieviel mg des am ersten Tag aufgenommenen T_2S_3 ist nach 5 Tagen noch in Frau Ellos Körper vorhanden?
- 5.2 Wieviel Substanz ist insgesamt bei täglichem Konsum nach 1 Jahr (365 Tage) im Körper vorhanden?
- 5.3 Wieviel Wasser darf Frau Ello pro Tag von diesem Wasser regelmässig konsumieren, damit nie mehr als der Grenzwert von 1mg im Körper vorhanden ist?

Vereinfachende Annahme:

Das Wasser wird jeweils genau um 00.00h getrunken. Nach einem Tag wurden also 3l getrunken und wie oben beschrieben zum Teil abgebaut.

Bemerkung:

Sowohl Frau Ello als auch die Substanz T_2S_3 und die Gemeinde Grettlach sind frei erfunden.

6. Die folgenden Aufgaben sind voneinander unabhängig!

6.1 Eine Zufallsgrösse X hat die folgende Verteilung

x	1	2	3	4	5	6
$P(X = x)$	0.11	0.32	0.35	0.12	a	b

- 6.1.1 Wie gross sind die Werte von a und b , wenn $E(X)=2.82$ gilt?
- 6.1.2 Berechne die Standardabweichung von X .
- 6.2 Gegeben ist die Funktion $y(x) = \frac{1}{2n}x^2 - 3x$, wobei $n \in \mathbb{N}$ und $n > 0$.
 - 6.2.1 Berechne die Grösse des Winkels unter dem der Graph der Funktion die x -Achse im positiven Bereich schneidet sowohl für $n = 5$ als auch allgemein.
 - 6.2.2 Für jedes n schliesst der Graph der Funktion mit der x -Achse eine Fläche mit dem Inhalt A_n ein.
 - a) Berechne n so, dass der Flächeninhalt $A_n = 162$ Flächeneinheiten beträgt.
 - b) Durch $a_n = A_{n+1} - A_n$ ist eine arithmetische Zahlenfolge gegeben. Bestimme das explizite Bildungsgesetz der Folge.