

Insgesamt gibt es 27 Punkte. Der erste Aufgabe muss nach 50 Minuten abgegeben werden. Total haben Sie 80 Minuten Zeit.

Aufgabe 1 Die vier Punkte $A(0|0|0)$, $B(3|1|2)$, $C(2|4|3)$ und $E(0|0|6)$ spannen einen Spat auf, wobei AB und AC Kanten in der Grundfläche und AE eine Kante einer Seitenfläche ist. Die weiteren Kanten der Seitenfläche sind BF , CG und DH .

- (2 Punkte) Skizzieren Sie den Spat (es kommt nur auf die richtige Anordnung der Punkte an, nicht auf Längen und Winkel).
- (2 Punkte) Bestimmen Sie einen Vektor, der in die entgegengesetzte Richtung von \overrightarrow{AB} zeigt und die Länge 42 hat.
- (2 Punkte) Wie gross ist der Winkel zwischen den Kanten AB und AC ?
- (2 Punkte) Bestimmen Sie den Mittelpunkt P der Seite CG und geben Sie die Parametergleichung der Geraden durch CG an.
- (3 Punkte) Überprüfen Sie mit einer Rechnung, ob sich die Geraden durch MP (Punkte aus den letzten beiden Aufgabenteilen) und durch EF schneiden.
- (2 Punkte) Berechnen Sie den Mittelpunkt M der Raumdiagonalen AH .
- (3 Punkte) Berechnen Sie die Fläche der Grundfläche $ABCD$ und das Volumen des Spats.
- (3 Punkte) Bestimmen Sie einen Punkt Q auf der Geraden durch CG , so dass \overrightarrow{QA} und \overrightarrow{QC} senkrecht zueinander sind.

Aufgabe 2 Seien A und B zwei Punkte so, dass ihre Ortsvektoren \vec{a} und \vec{b} nicht kollinear sind. Ferner seien u und v reelle Zahlen. Im Folgenden betrachten wir die Menge der Punkte P , deren Ortsvektoren sich als Linearkombination $\vec{p} = u \cdot \vec{a} + v \cdot \vec{b}$ von \vec{a} und \vec{b} darstellen lassen.

- (2 Punkte) Beschreibe die Punktmenge, falls zusätzlich verlangt wird, dass $u + v = 1$ gelten soll. (Machen Sie sich ein Beispiel, probieren Sie aus ...)
- (2 Punkte) Was lässt sich über die Punktmenge sagen, wenn die Einschränkung $u + v = 0$ vorliegt?
- (2 Punkte) Welche Bedingungen müssen u und v erfüllen, damit die Punktmenge gerade die Strecke AB ist?
- (2 Punkte) Welche Punktmenge erhalten wir für $u = 0$?

Lösungen: 1b) $\begin{pmatrix} -33.67 \\ -11.22 \\ -22.45 \end{pmatrix}$ c) 37.43° d) $\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix}$ f) (2.4, 2.5, 5.5) g) 60 h) (2, 4, 0)

- a) Gerade durch A mit Richtungsvektor AB. b) Gerade durch O mit Richtungsvektor AB
- c) $u+v=1$ und u, v grösser gleich 0. d) Gerade durch O mit Richtungsvektor b.