

Insgesamt gibt es 27 Punkte. Der erste Aufgabe muss nach 50 Minuten abgegeben werden. Total haben Sie 80 Minuten Zeit.

**Aufgabe 1** Die vier Punkte  $A(0|0|0)$ ,  $B(3|1|2)$ ,  $C(2|4|3)$  und  $E(0|0|6)$  spannen einen Spat auf, wobei  $AB$  und  $AC$  Kanten in der Grundfläche und  $AE$  eine Kante einer Seitenfläche ist. Die weiteren Kanten der Seitenfläche sind  $BF$ ,  $CG$  und  $DH$ .

- (2 Punkte) Skizzieren Sie den Spat (es kommt nur auf die richtige Anordnung der Punkte an, nicht auf Längen und Winkel).
- (2 Punkte) Bestimmen Sie einen Vektor, der in die entgegengesetzte Richtung von  $\overrightarrow{AB}$  zeigt und die Länge 42 hat.
- (2 Punkte) Wie gross ist der Winkel zwischen den Kanten  $AB$  und  $AC$ ?
- (2 Punkte) Bestimmen Sie den Mittelpunkt  $P$  der Seite  $CG$  und geben Sie die Parametergleichung der Geraden durch  $CG$  an.
- (3 Punkte) Überprüfen Sie mit einer Rechnung, ob sich die Geraden durch  $MP$  (Punkte aus den letzten beiden Aufgabenteilen) und durch  $EF$  schneiden.
- (2 Punkte) Berechnen Sie den Mittelpunkt  $M$  der Raumdiagonalen  $AH$ .
- (3 Punkte) Berechnen Sie die Fläche der Grundfläche  $ABCD$  und das Volumen des Spats.
- (3 Punkte) Bestimmen Sie einen Punkt  $Q$  auf der Geraden durch  $CG$ , so dass  $\overrightarrow{QA}$  und  $\overrightarrow{QC}$  senkrecht zueinander sind.

**Aufgabe 2** Seien  $A$  und  $B$  zwei Punkte so, dass ihre Ortsvektoren  $\vec{a}$  und  $\vec{b}$  nicht kollinear sind. Ferner seien  $u$  und  $v$  reelle Zahlen. Im Folgenden betrachten wir die Menge der Punkte  $P$ , deren Ortsvektoren sich als Linearkombination  $\vec{p} = u \cdot \vec{a} + v \cdot \vec{b}$  von  $\vec{a}$  und  $\vec{b}$  darstellen lassen.

- (2 Punkte) Beschreibe die Punktmenge, falls zusätzlich verlangt wird, dass  $u + v = 1$  gelten soll. (Machen Sie sich ein Beispiel, probieren Sie aus ...)
- (2 Punkte) Was lässt sich über die Punktmenge sagen, wenn die Einschränkung  $u + v = 0$  vorliegt?
- (2 Punkte) Welche Bedingungen müssen  $u$  und  $v$  erfüllen, damit die Punktmenge gerade die Strecke  $AB$  ist?
- (2 Punkte) Welche Punktmenge erhalten wir für  $u = 0$ ?

**Lösungen:** 1b)  $\begin{pmatrix} -33.67 \\ -11.22 \\ -22.45 \end{pmatrix}$  c)  $37.43^\circ$  d)  $\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix}$  f) (2.4, 2.5, 5.5) g) 60 h) (2, 4, 0)

- a) Gerade durch  $A$  mit Richtungsvektor  $AB$ . b) Gerade durch  $O$  mit Richtungsvektor  $AB$
- c)  $u+v=1$  und  $u, v$  grösser gleich 0. d) Gerade durch  $O$  mit Richtungsvektor  $b$ .