

Die Formelsammlung und der Taschenrechner TI30X Pro sind zugelassen.

Zeit: 60 Minuten. Insgesamt gibt es 21 Punkte

Name:

Aufgabe	1	2
Punkte		

Summe:

Note:

1. (2+2+3+3= 10 Punkte) Haarfarben

Mit einer Wahrscheinlichkeit von 40% sei eine zufällig ausgewählte Person von Natur aus braunhaarig, mit einer von 20% schwarzhaarig, mit einer von 10% rothaarig und mit einer von 30% blond.

(Klar, es gibt Personen, deren Haarfarbe nicht in dieses Schema passt. Es gibt Personen, bei denen die Zuordnung nicht eindeutig ist. – Wir gehen hier zur Vereinfachung davon aus, dass sich alle eindeutig zuordnen lassen. Die Zahlen entsprechen nicht der Realität.)

- Es werden vier Personen zufällig ausgewählt. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass alle die gleiche natürliche Haarfarbe haben?
- Es werden 120 Personen zufällig ausgewählt. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass davon mindestens 20 natürlich schwarzhaarig sind?
- Wie viele Personen müssen mindestens ausgewählt werden, damit die Wahrscheinlichkeit, dass eine davon natürlich blond ist, mindestens 95% ist?
- Jemand behauptet, dass die Anzahl der Männer, die sich die Haare blond färben lässt, bei 10% liegt. Er sagt also, dass in einer Stichprobe 40% blonde Männer zu erwarten sind. Wir gehen davon aus, dass eine der beiden Hypothesen richtig ist: es gibt 30% oder 40% blonde Männer. Es werden 200 Männer betrachtet. Die 40%-Hypothese soll angenommen werden, wenn es 75 oder mehr blonde Männer in der Stichprobe gibt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird die
 - 40%-Hypothese fälschlich angenommen? (obwohl sich die Männer eigentlich die Haare nicht färben (also in der Grundgesamtheit nur 30% blonde Männer sind), gibt es 75 oder mehr blonde Männer in der Stichprobe
 - 40% Hypothese fälschlich verworfen? (40% blonde Männer in der Grundgesamtheit, unter 75 in der Stichprobe)

2. (11 Punkte, 1+1+1+2+2+2+2 Punkte)

Hier sind 15 Spielkarten abgebildet.

A 1	A 2	A 3	A 4	A 5
B 1	B 2	B 3	B 4	B 5
C 1	C 2	C 3	C 4	C 5

Zu den Teilaufgaben a bis c: Einem Spieler werden 5 dieser Karten ausgeteilt.

- Wie viele Möglichkeiten gibt es, wenn auf die Reihenfolge des Austeilens geachtet wird?
(A1, C3, B2, A4, A2 ist eine andere Möglichkeit als A1, A2, A4, B2, C3)
- Wie viele Möglichkeiten gibt es, wenn nicht auf die Reihenfolge geachtet wird?
(A1, C3, B2, A4, A2 ist die gleiche Möglichkeit wie A1, A2, A4, B2, C3)
- Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Spieler fünf Karten mit dem gleichen Buchstaben erhält?
(z.B. B1, B2, B3, B4, B5)
- In dieser Teilaufgabe zieht Katrin eine Karte und behält sie. Franziska zieht von den übrigen Karten eine Karte. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Zahl auf Katrins Karte höher ist als auf Franziskas Karte? (z.B. Katrin B3, Franziska A2).
- In dieser Teilaufgabe zieht Franziska nacheinander einzelne Karten und behält jeweils die gezogenen Karten. Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat sie nach drei gezogenen Karten noch nicht alle Buchstaben gezogen? (z.B. A1, C3, C4)
- Nun zieht Franziska nacheinander 5 Karten, ohne Zurücklegen. Katrin sieht, dass Franziska A5 und B5 hat. Wie gross ist nun die Wahrscheinlichkeit, dass Franziska drei gleiche Zahlen hat?
- Es wird ein Spiel gespielt. Franziska gibt 3 Franken Einsatz. Sie zieht 5 Karten ohne Zurücklegen gezogen. Sie gewinnt
 - 4 Franken, falls sie dreimal die gleiche Zahl hat, beispielsweise A2, B2, C2 und zwei beliebige weitere Karten
 - 6 Franken, falls sie alle fünf Zahlen hat, beispielsweise C1, A2, B3, B4 und C5.

Andernfalls gewinnt sie nichts. Katrin behält in jedem Fall den Einsatz.

Wie gross ist der Erwartungswert für Franziskas Gewinn?

Lösungen:

- 1) a) 0.0354 b) 0.85 c) n grösser oder gleich 9 d) e) Wahrscheinlichkeit für fälschlich angenommen 0.0138, für fälschlich verworfen 0.21

2)

Aufgabe 5

1 a) $\frac{15!}{10!} = 360 \cdot 360$

1 b) $\binom{15}{5} = 3003$

1 c) $p = \frac{\binom{3}{5}}{\binom{15}{5}} = \frac{1}{1001} \approx 0.001$ *2 Fälle 9/5 / 4 Fälle 1 addieren 0,5 Resultat 1*

2 d) $p = \frac{1}{5} \cdot \frac{12}{14} + \frac{1}{5} \cdot \frac{9}{14} + \frac{1}{5} \cdot \frac{6}{14} + \frac{1}{5} \cdot \frac{3}{14} = \frac{3}{7}$

2 e) Gegenwahrscheinlichkeit \bar{p} : Alle drei Buchstaben gezogen

7P

1. Zug 2. Zug 3. Zug

1 egal $\frac{4}{14}$ gleich

$\frac{10}{14}$ nicht gleich $\frac{8}{14}$ gleich

$\frac{5}{13}$ nicht gleich

Baum d. 1 Berechnung 0,5 Gegenwkt! 0,5

$$\bar{p} = 1 \cdot \frac{10}{14} \cdot \frac{5}{13} = \frac{25}{91} \Rightarrow p = \frac{66}{91}$$