

Name:

Aufgabe	1	2	3	4	5	6
Punkte						

Summe:

Note:

Insgesamt gibt es 28 Punkte.

Die Formelsammlung und der Taschenrechner TI30X Pro sind zugelassen.

1. (1+1 Punkte) Welche besondere Lage im Raum haben die folgenden Ebenen?

a) $E_1: z = 5$ b) $3x + 4y - 5z = 0$

2. (4 Punkte) Gegeben sind die Ebenen

$$E_1: 2x - 3y + 4z = 10 \qquad E_2: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Untersuchen Sie die Lage der Ebenen zueinander.
Bestimmen Sie gegebenenfalls die Schnittgerade.

3. (2+2+4 Punkte) Gegeben ist die Ebene $E_1: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

- a) Welche Lage haben die beiden Ebenen E_1 und $E_2: -x + y + z = 1$ zueinander?
 b) Geben Sie die Gleichungen einer Geraden g_1 an, für die gilt:
 - g_1 ist parallel zu E_1 und geht durch den Punkt $(2|2|5)$
 c) Die Gerade g_2 verläuft senkrecht zu E_1 und geht durch den Punkt $P(3 | 1 | 0)$. Bestimmen Sie den Schnittpunkt von g_2 und E_1

4. (3Punkte) Gegeben ist die Parameterdarstellung einer Ebene:

$$E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Welche Punkte der Ebene liegen in der xy -Ebene?

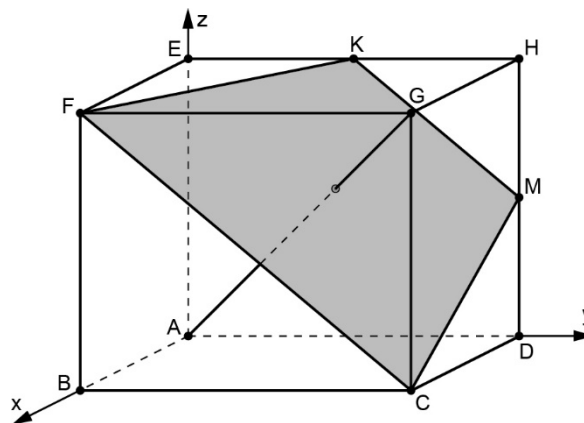
5. (2 Punkte) Gegeben sind die Punkte $A(4|5|3)$ und $B(6|1|2)$ und die Gerade:

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$$

Bestimmen Sie die Ebene, welche die Punkte A und B enthält und parallel ist zur Geraden g.

BITTE WENDEN!

6. (3+2+3+1 Punkte) Ein Quader ABCDEFGH hat die Kantenlängen $\overline{AB} = 6$ cm, $\overline{AD} = 5$ cm und $\overline{AE} = 4$ cm. M ist der Mittelpunkt der Kante \overline{DH} . Der Punkt A ist der Koordinatenursprung, die anderen Punkte liegen wie eingezeichnet im Koordinatensystem



- Bestimmen Sie die Parametergleichung der Ebene U, die durch die Punkte F, C und M bestimmt ist.
- Zeigen Sie rechnerisch, dass der Mittelpunkt K der Kante \overline{EH} ein Punkt der Ebene U ist.
- Bestimmen Sie den Schnittpunkt S der Raumdiagonalen AG mit der Ebene U.
- Entscheiden Sie, ob die Raumdiagonale AG orthogonal ist zur Ebene U.

Lösungen:

1)

a) Parallel zur xy Ebene. $Z=5$. B) durch den Ursprung

2) Schnittgerade $\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$ oder zum Beispiel $\vec{x} = \begin{pmatrix} -7 \\ -8 \\ 0 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$

3) a) parallel zueinander.

b) G: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ zum Beispiel.

c) Aufgabe versehentlich mit falschem Punkt gestellt. So ist die Lösung einfach (3,1,0).

4) Die Gerade g: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}$

5) E: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ -1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$

6) A) Zum Beispiel E: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 6 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ -4 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 6 \\ -5 \\ 2 \end{pmatrix}$

b) E: $-10x-24y-30z=-180$. K einsetzen. Passt

c) (3.6, 3, 2.4)

d) Raumdiagonale hat Komponenten 6, 5 und 4. Nicht senkrecht zu den Richtungsvektoren.