

Die Formelsammlung und der Taschenrechner TI30X Pro sind zugelassen.

Zeit: 35 Minuten

Aufgabe	1	2	3	4	5	6
Punkte						

Summe:

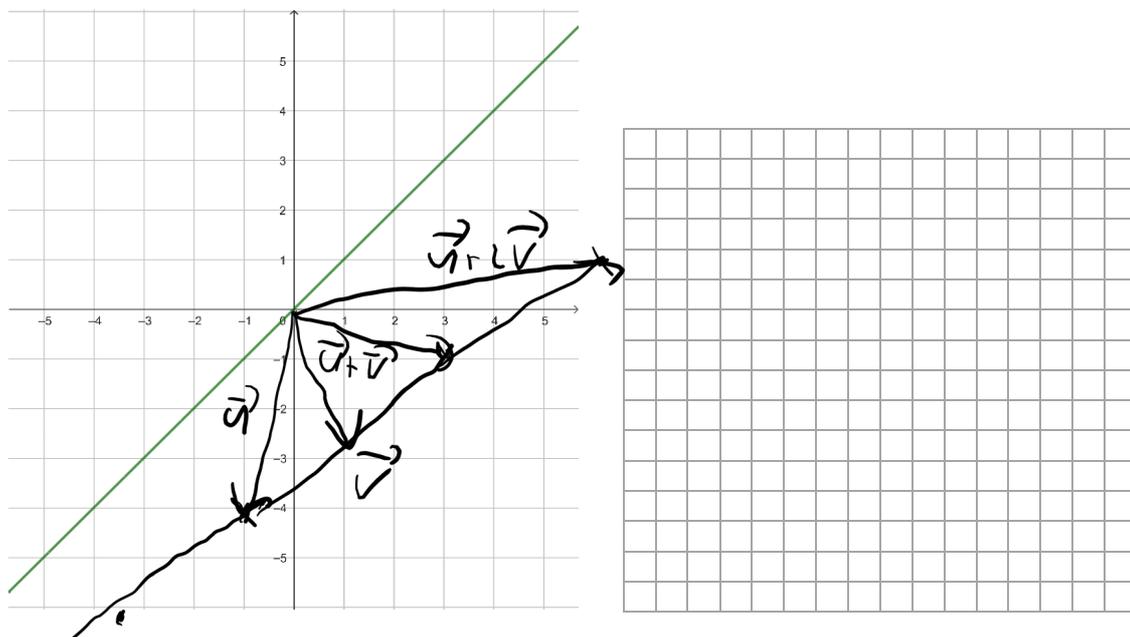
Note:

Insgesamt gibt es 18 Punkte.

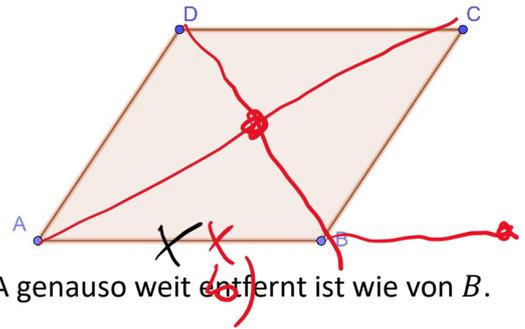
1. (1+1+1+2+1=6 Punkte) Gegeben ist das Koordinatensystem unten und die Vektoren

$$\vec{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} \text{ und } \vec{v} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

- Zeichnen Sie die Bezeichnungen der Achsen und die Einheiten auf der 3. Achse so ein wie im Unterricht.
- Nennen Sie die drei Punkte, die am gleichen Punkt im unten gezeichneten Koordinatensystem eingezeichnet werden wie  $P = (2|3|-2)$
- Zeichnen Sie Repräsentanten der Vektoren in das Koordinatensystem ein.
- Zeichnen Sie  $\vec{u} + \vec{v}$  und  $\vec{u} + 0.5\vec{v}$  und  $\vec{u} + 2\vec{v}$  und  $\vec{u} - \vec{v}$  als Ortsvektoren (Beginn im Ursprung) in das Koordinatensystem ein.
- Welcher Typ von geometrischer Figur entsteht, wenn alle Vektoren der Form  $\vec{u} + t \cdot \vec{v}$  betrachtet werden. (Lösung: eine Gerade)



2. (1+1+1+1+2=6 Punkte) Gegeben sind die Punkte  $A = (0|0|0)$ ,  $B = (0|4|-3)$  und  $C = (-1|5|-1)$ . Der Punkt  $D$  ergänzt die drei Punkte zu einem Parallelogramm, dessen Ecken wie im Bild angeordnet sind.



- Finden Sie den Punkt auf der Strecke  $AB$ , der von  $A$  genauso weit entfernt ist wie von  $B$ . Geben Sie die Koordinaten an.
- Finden Sie den Punkt auf der Strecke  $AB$ , der von  $A$  doppelt so weit entfernt ist wie von  $B$ . Geben Sie die Koordinaten an.
- Wie weit ist der Punkt  $A$  vom Punkt  $C$  entfernt?
- Berechnen Sie die Koordinaten von  $D$ .
- $M$  ist der Mittelpunkt des Parallelogramms, also der Schnittpunkt der Diagonalen. Betrachtet wird das Dreieck  $AMB$ . Berechnen Sie den Winkel bei  $M$ .

a)  $(0|2|-1.5)$

b)  $(0|2.67|-2)$  oder  $(0|8|-6)$

c)  $\sqrt{1^2 + 5^2 + 1^2} = \sqrt{27}$

d)  $\vec{OA} + \vec{BC} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \quad D = (-1|1|2)$

e)  $(-0.5|2.5|-0.5) = M$

$\vec{MA} = \begin{pmatrix} 0.5 \\ -2.5 \\ 0.5 \end{pmatrix}$

$\vec{MB} = \begin{pmatrix} 0.5 \\ 1.5 \\ -2.5 \end{pmatrix}$

$\cos^{-1} \left( \frac{0.25 - 3.75 - 1.25}{\sqrt{6.75} \cdot \sqrt{8.75}} \right) = 128.18^\circ$

3. (2+2+1=5 Punkte) Gegeben sind die Punkte  $A = (2|3|4)$ ,  $P = (3|2|6)$  und  $Q = (2|1|5)$ .

- Bilden die drei Punkte ein rechtwinkliges Dreieck mit rechtem Winkel bei  $A$ ?
- Finden Sie einen Vektor  $\vec{a}$ , der senkrecht auf  $\overrightarrow{AP}$  und  $\overrightarrow{AQ}$  steht.
- Finden Sie einen Punkt  $R$ , so dass der Vektor  $\overrightarrow{AR}$  senkrecht auf  $\overrightarrow{AP}$  und  $\overrightarrow{AQ}$  steht.

$$a) \quad \overrightarrow{AP} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{AQ} = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AQ} = 2 + 2 = 4$$

$$b) \quad \overrightarrow{AP} \times \overrightarrow{AQ} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix} = \vec{a}$$

$$\overrightarrow{AQ} + \vec{a} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} \Rightarrow R = (5, 2, 2)$$

c)

(5,2,2)