Test 3 3h, 8.2.2022

Name:

Die Formelsammlung und der Taschenrechner TI30X Pro sind zugelassen.

Aufgabe	1	2	3	4
Punkte				

Summe: Note:

Insgesamt gibt es 25 Punkte.

1. (6 Punkte) Welche der Aussagen sind wahr? Begründen Sie Ihre Antwort. Hier sind $\vec{a}, \vec{b}$ Vektoren und r ist eine reelle Zahl.

   a) $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Rightarrow \vec{a} = \vec{0}$ oder $\vec{b} = \vec{0}$

   b) $r \cdot \vec{b} = 0 \Rightarrow \mathrm{r} = 0$ oder $\vec{b} = \vec{0}$

   c) $(\vec{a} \cdot \vec{b})\vec{c} = \vec{a}(\vec{b} \cdot \vec{c})$

2. (8 Punkte) Berechnen Sie zu den beiden Vektoren jeweils

   - Das Skalarprodukt
   - Das Vektorprodukt
   - Die Geradengleichung der Geraden durch die beiden Ortsvektoren

   a) $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 5 \end{pmatrix} \; und \begin{pmatrix} -1 \\ 7 \\ -5 \end{pmatrix}$

   b) $\begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ 6 \end{pmatrix} und \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ -5 \end{pmatrix}$

   c) Finden Sie eine Gerade, die senkrecht zu beiden Geraden ist.

   d)

3. (3 Punkte) Gegeben ist die Gerade

   $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 5 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 7 \\ -5 \end{pmatrix}, r \in \mathbb{R}$ und die Gerade

   $h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ 6 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ -5 \end{pmatrix}, s \in \mathbb{R}$

   a) Geben Sie zwei Punkte an, die auf der Geraden g liegen

   b) Welcher Punkt ergibt sich auf der Geraden h für s= 2?

c) Liegt der Punkt $P = (3, -16, -5)$ auf der Geraden g?

4. (4 Punkte) Die Punkte A (3 | − 1 | 2), B (1 | 0 | − 2), C (2 | 1 | 2) und D (4 | 0 | 6) bilden ein Viereck.

Begründen Sie, ob es sich um ein Parallelogramm handelt. Ist es auch ein Rechteck?

BITTE WENDEN!

5. (4 Punkte) Der Punkt A (3 | − 1 | 2) ist gegeben. Dieser werden von Licht beschienen. Zu berechnen ist der Schattenpunkt (= die Projektion) in der xy-Ebene. Dabei erfolgt die Lichteinstrahlung

a) vom Punkt D(4|1|7) aus.

b) Mit einer Lichtquelle, die parallele Lichtstrahlen aussendet (z.B. Sonne). Die Richtung des Lichteinfalls wird durch den Vektor $\begin{pmatrix} -1 \\ -4 \\ -3 \end{pmatrix}$ gegeben.

Lösungen:

1) a) Nicht wahr (gibt einfache Gegenbeispiele).

b) Wahr. Wir müssen zeigen: wenn $r \neq 0$ und $\vec{b} \neq 0$ dann $r \cdot \vec{b} \neq \vec{0}$.

Wenn $\vec{b} \neq 0$, dann ist mindestens eine der Komponenten nicht Null. Das multipliziert mit r gibt dann eine Komponente, die nicht Null ist.

c) Falsch, es gibt einfache Gegenbeispiele.

2)a) Skalarprodukt -40, Vektorprodukt $\begin{pmatrix} -25 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}$ Geradengleichung $g_1: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 5 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 9 \\ -10 \end{pmatrix}$

a) Skalarprodukt -42, Vektorprodukt $\begin{pmatrix} 8 \\ -19 \\ -14 \end{pmatrix}$ Geradengleichung $g_2: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ 56 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -5 \\ 6 \\ -11 \end{pmatrix}$

d) $g_1: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -39 \\ 28 \\ 33 \end{pmatrix}$

3) a) Z.B. (1,-2,0), (0,5,0), (-1,12, -5). b) (7,0,-4) c) nein

4)Es ist $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ und $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$. Also ist es ein Parallelogramm. Das Skalarprodukt der entsprechenden Vektoren ist nicht Null, also ist es kein Rechteck.

5) A) (2.6, -1.8, 0) b) (7/3, -11/3, 0)