

Formelsammlung und Taschenrechner TI30x Pro sind zugelassen. 60 Min.

Name:

Aufgabe	1	2	3	4	5
Punkte					

Summe:

Note:

Insgesamt gibt es 25 Punkte.

Der Lösungsweg ist zu dokumentieren. Bei Integralen muss jeweils die Stammfunktion angegeben werden. Ausserdem der Wert für obere und untere Grenze. Gleichungen dürfen mit dem Taschenrechner gelöst werden. Wenn Sie die Lösungen von Gleichungen nicht finden, dürfen Sie fragen. Das gibt aber nicht die volle Punktzahl.

1. (6 Punkte) Berechnen Sie die Fläche zwischen den beiden Funktionen.

a) $f(x) = x^2$ und $g(x) = x$

b) $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$ und $g(x) = -0.5x^2 + 2x$

2. (4 Punkte) Uneigentliche Integrale

a) (1.5 Punkte) Berechnen Sie das uneigentliche Integral

$$\int_1^4 \frac{4}{x^3} dx$$

b) (2.5 Punkte) Berechnen Sie die zwischen den beiden Funktionen zwischen 1 und ∞ eingeschlossene unbegrenzte Fläche: $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$ und $g(x) = \frac{1}{x^2}$

3. (4 Punkte) Berechnen Sie das **exakte** Volumen des Rotationskörpers, der durch Rotation des Graphen von f um die x -Achse im jeweils gegebenen Intervall I entsteht. Arbeiten Sie ohne die Integraltaste des Taschenrechners.

a) $f(x) = x^4 + 2x$ $I = [0, 3]$

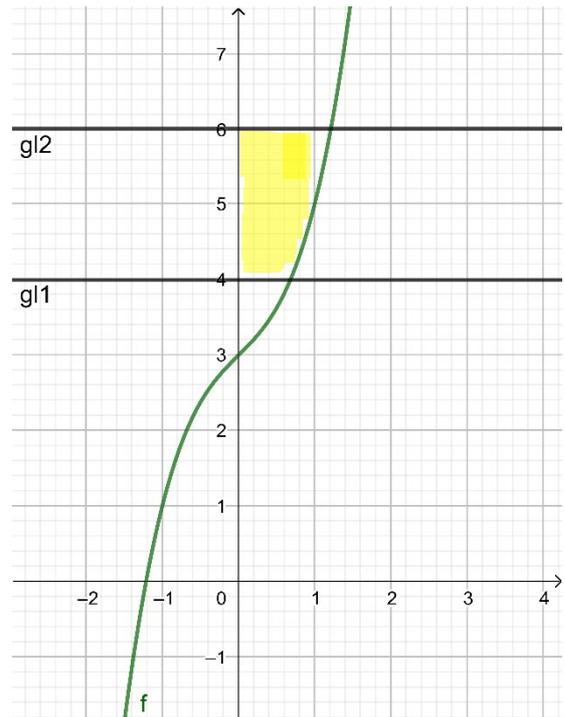
b) $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$ $I = [-2, 2]$

BITTE WENDEN!

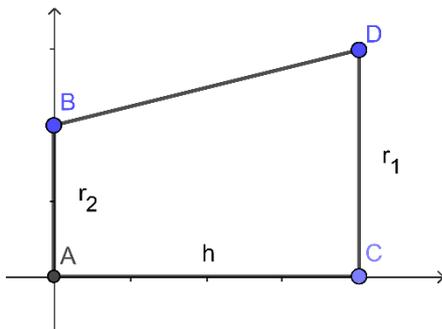
4. (5 Punkte) Gegeben ist die Funktion

$$f(x) = x^3 + x + 3$$

Der Graph der Funktion ist rechts gezeichnet.
Berechnen Sie die Fläche, die begrenzt wird vom Graphen der Funktion, der y-Achse und den beiden horizontalen Geraden $y=4$ und $y=6$.



5. (6 Punkte) Die Strecke zwischen B und D rotiert um die x-Achse. Dadurch entsteht ein Kegelstumpf.



Berechnen Sie das Volumen des Kegelstumpfs mit Hilfe eines Rotationsintegrals:

- a) (2 Punkte) Für $r_2 = 2$, $r_1 = 3$, $h = 4$
- b) (4 Punkte) Zeigen Sie mit einem Rotationsintegral, dass für das Volumen des Kegelstumpfs allgemein gilt: $V = \frac{\pi h}{3} (r_1^2 + r_1 r_2 + r_2^2)$

(Sollten Sie die Gleichung der Geraden zwischen B und D nicht finden, dürfen Sie fragen. Sie bekommen die Geradengleichung, und nicht alle Punkte.)

Lösungen: 1) a) 0.17 b) 4.88

2) a) 1.875 b) Fläche ist unendlich

3) a) 2709π b) $\frac{32\pi}{3}$ 4) 1.97

5a) $76 \frac{\pi}{3}$ 5b) $\int_0^h (2 + x \left(\frac{r_1 - r_2}{h}\right))^2 dx$

