

Name:

Aufgabe	1	2	3	4	5
Punkte					

Summe:

Note:

Insgesamt gibt es 25 Punkte.

Aufgabe 1 (4 Punkte) Beweisen Sie mit vollständiger Induktion

$$\sum_{k=0}^n k = \frac{n(n+1)}{2}$$

Aufgabe 2 (3 Punkte) Analysieren Sie das Verhalten für $x \rightarrow 4$: Ist die Funktion stetig, gibt es einen Grenzwert(wie lautet er?), gibt es einen Pol (mit oder ohne Vorzeichenwechsel=?

a) $f_1(x) = \frac{(x-4)^3(x-2)^3}{(x-4)^3(x-2)^2}$

b) $f_2(x) = \frac{x^2 - 8x + 16}{x^2 + x - 6}$

c) $f_3(x) = \frac{(x-4)^3(x-2)^3}{(x-4)^5(x-2)^4}$

Aufgabe 3 (2 Punkte) Bestimmen Sie mit Hilfe einer Wertetabelle den folgenden Grenzwert

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} \text{ (mit } x \text{ im Bogenmass)}$$

Aufgabe 4 (4 Punkte) Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte

a) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(2+h)^2 - 2^2}{h}$

b) Hier ist $f(x) = x^2 + 2x + 3$ und $x_0 = 3$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h}$$

Aufgabe 5 (12 Punkte) Diskutieren Sie die Bedeutung der Formel

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h}$$

Was bedeutet diese Formel für die Funktion $f(x)$ an einer Stelle x_0 ?

Vorschläge für die Behandlung der Aufgabe:

Geben Sie Beispiele für die Berechnung (wählen Sie Funktionen und Stellen x_0 wie in der letzten Aufgabe),

fertigen Sie Skizzen an (veranschaulichen Sie den Grenzwertprozess auch in einer Skizze), zeigen Sie die Bedeutung in einer Wertetabelle.

Erklären Sie jeweils auch Ihre Darstellungen.

Lösungen: 2) a) Grenzwert 2 b) Grenzwert 0 c) Pol ohne Vorzeichenwechsel 3) 1 4a) 2 b) 8