Test Nummer 3 **3c , Gruppe A, 31.5.2012**

Name:

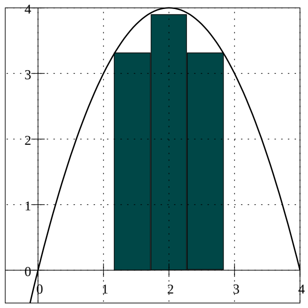
Aufgabe	1	2	3	4	5	6
Punkte						

Summe: Note:

Insgesamt gibt es 28 Punkte.

Aufgabe 1 (9 Punkte) Gegeben ist der Graph der Funktion $f(x) = 4x - x^2$. In den Graphen werden drei Rechtecke folgendermassen einbeschrieben:

- Die Rechtecke befinden sich im ersten Quadranten, jeweils eine Seite liegt auf den Koordinatenachsen.
- alle Rechtecke sind gleich breit und liegen zwischen Graph und x-Achse.
- Das mittlere Rechteck hat zwei Eckpunkte auf dem Graphen, die beiden anderen je einen Eckpunkt.



Wie muss die Breite der Rechtecke gewählt werden, damit sie zusammen einen möglichst grossen Flächeninhalt einschliessen?

Aufgabe 2 (8 Punkte) Finden Sie eine gebrochen rationale Funktion mit den folgenden Eigenschaften:

1. Bei $x = 5$ befindet sich ein Pol mit Vorzeichenwechsel.
2. Es gibt eine lineare Asymptote mit Steigung $-1/2$
3. $f(0) = -0.9$
4. Die Tangente in $(4|f(4))$ an den Graphen hat die Nullstelle $\frac{11}{3}$
   Sollten Sie für die letzte Bedingung keine Idee haben, können Sie auch die folgende Bedingung wählen, das gibt aber zwei Punkte weniger:

   Die Tangente in $(4|f(4))$ an den Graphen hat die Steigung 1,5.

Tipp: Es gibt eine Lösung, bei der im Zähler eine quadratische Funktion steht.

Aufgabe 3 (11 Punkte) Gegeben ist die Funktion $f(x) = \dfrac{(2x-8)^2}{x^2+2x-15}$.

a) Diskutieren Sie die Funktion $f(x)$, bestimmen Sie also den Definitionsbereich, die Nullstellen, die Polstellen, die (horizontalen) Asymptoten, die Extrema, die Wendestellen und zeichne den Graphen.

   Geben Sie die gefragten Punkte jeweils in der Form $P(x|y)$ an.

b) Bestimmen Sie die Geradengleichung der Tangente an die Funktion $f(x)$ an der Stelle $x = 7$.

c) Wir betrachten nun die allgemeinere Funktion $g(x) = \dfrac{(ax-8)^2}{x^2+2x-15}$.

Bestimmen Sie a in der Funktion $g(x)$ so, dass $g(x)$ an der Stelle -4 die Steigung 42 hat.

Lösungen: 1) $\sqrt{\frac{16}{19}}$
2) $\dfrac{-0.5x^2+1.2x+4.5}{x-5}$
3) Def. bereich $\mathbb{R}$ ohne $\{-5,3\}$ Nullstelle 4, Asymptote $y=4$, Minimum $(4|0)$, Maximum $(11/5|-9/4)$, Wendepunkt $(5.4|0.32)$
b) $y=0.25x-1$ c) $a=2.07$ oder -5.33