Name: 2d, Test Nummer 4.2 21.05.2025

Die Formelsammlung und der Taschenrechner TI30X Pro sind zugelassen.

Zeit: 35 Minuten

Aufgabe	1	2	3	4	5	6
Punkte						

Summe: Note:

Insgesamt gibt es 20 Punkte.

1. (3+1+7+2=13 Punkte) Gegeben ist die Funktion

$$f(x) = x^4 - 5x^3 + 6x^2 + 4x - 8$$

a) Berechnen Sie die ersten drei Ableitungen.

b) Bestimmen Sie die Nullstellen. Dabei dürfen Sie die folgende Umformung verwenden. Sie müssen nicht nachweisen, dass die Umformung stimmt.

$$f(x) = x^4 - 5x^3 + 6x^2 + 4x - 8 = (x-2)^3(x+1)$$

c) Bestimmen Sie allfällige Hochpunkte, Tiefpunkte, Sattelpunkte und Wendepunkte (dazu braucht es immer x und y-Koordinate)

d) Zeichnen Sie den Funktionsgraphen. Alle Eigenschaften aus a bis c müssen erkennbar sein.

1. Mehr Platz

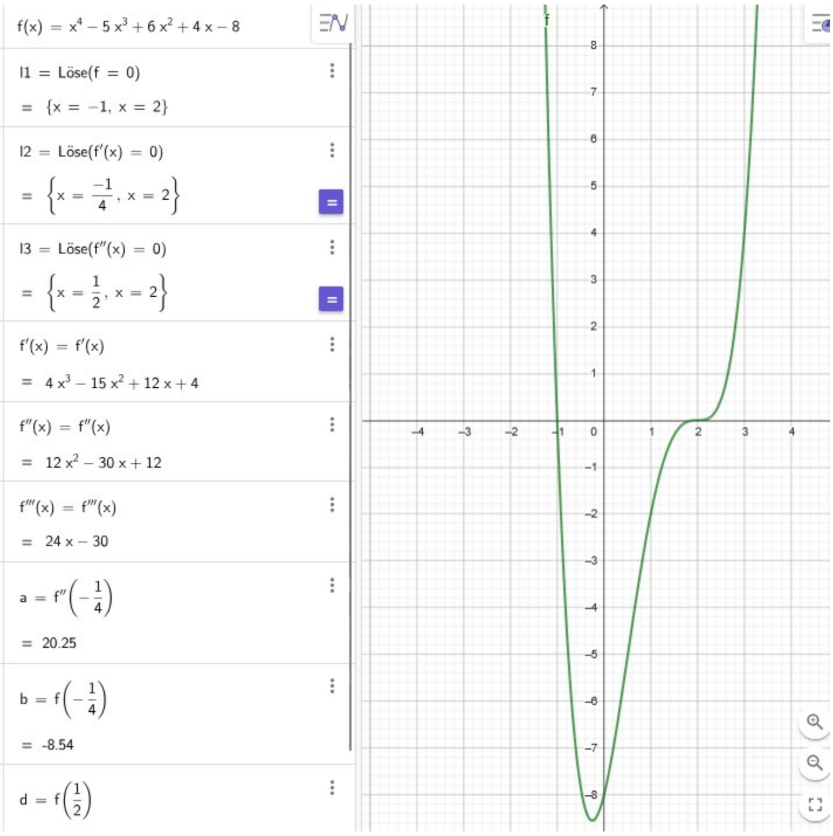
2. (3 Punkte) Betrachten Sie die Funktion $f(x) = x^3 - 6x^2 + 7$. Wo ist die Funktion linksgekrümmt, wo ist sie rechtsgekrümmt. Berechnen Sie den Wendepunkt.

3. (2 Punkte) Hier ist a eine beliebige reelle Zahl. Begründen Sie, dass alle Funktionen vom Typ

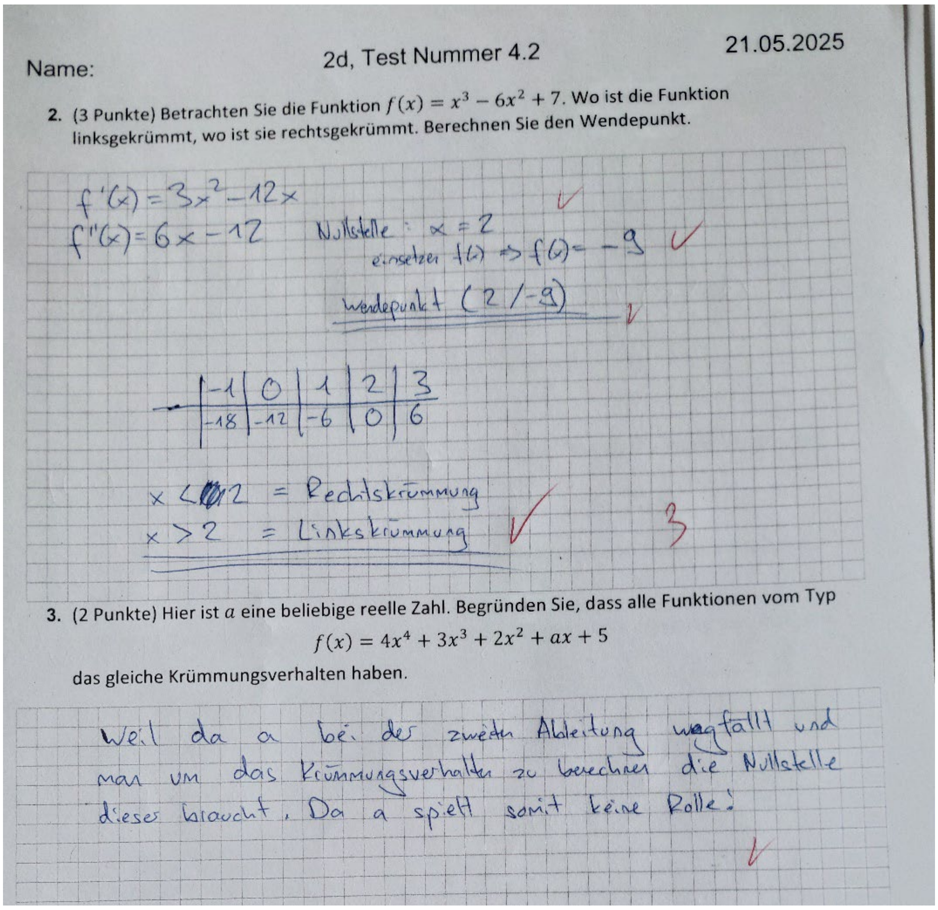
$$f(x) = 4x^4 + 3x^3 + 2x^2 + ax + 5$$

das gleiche Krümmungsverhalten haben.

Lösungen: 1



2,3



Name: 2d, Test Nummer 4.2 21.05.2025

2. (3 Punkte) Betrachten Sie die Funktion $f(x) = x^3 - 6x^2 + 7$. Wo ist die Funktion linksgekrümmt, wo ist sie rechtsgekrümmt. Berechnen Sie den Wendepunkt.

$f'(x) = 3x^2 - 12x$ ✓

$f''(x) = 6x - 12$ Nullstelle: $x = 2$

einsetzen $f(x) \Rightarrow f(x) = -9$ ✓

Wendepunkt (2 / -9) ✓

	-1	0	1	2	3
	-18	-12	-6	0	6

$x < 2$ = Rechtskrümmung

$x > 2$ = Linkskrümmung ✓

3

3. (2 Punkte) Hier ist a eine beliebige reelle Zahl. Begründen Sie, dass alle Funktionen vom Typ

$$f(x) = 4x^4 + 3x^3 + 2x^2 + ax + 5$$

das gleiche Krümmungsverhalten haben.

Weil da a bei der zweiten Ableitung wegfallt und man um das Krümmungsverhalten zu berechnen die Nullstelle dieses braucht. Da a spielt somit keine Rolle!

✓