Test Nummer 2 2f, 16.12.2019

Name:

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7
Punkte							

Summe: Note:

Insgesamt gibt es 22 Punkte.

Die Formelsammlung und der Taschenrechner TI30X Pro sind zugelassen.

1. (4 Punkte) Der freie Fall eines Steines aus 120m Höhe wird durch die Funktionsgleichung

$$f(t) = 120 - 4.9t^2$$

modelliert.

a) Wann schlägt der Stein auf dem Erdboden auf?

b) Bestimmen Sie mit der h-Methode einen Näherungswert für die Geschwindigkeit beim Aufprall.

2. (5 Punkte) Gegeben ist die Funktion $f(x) = 0.5x^3 - 2x^2 + 3x - 1$

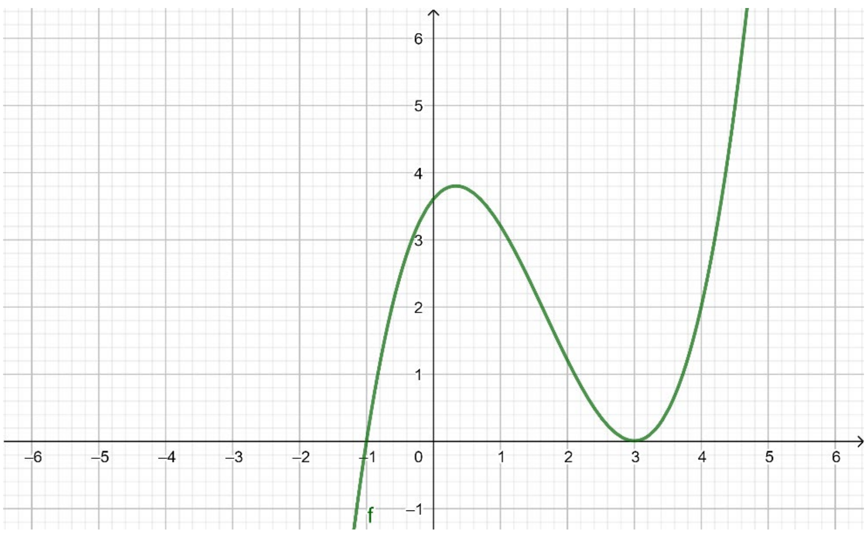
a) Wie lautet die Ableitungsfunktion? (Sollte Ihnen dieser Aufgabenteil nicht gelingen, so arbeiten Sie mit der «Ableitungsfunktion» $x^2 + 2x - 1$ weiter.

b) Fertigen Sie eine Wertetabelle der Ableitungsfunktion von *x*=-4 bis *x*=3 an.

c) Bestimmen Sie die Nullstellen der Ableitungsfunktion. (Lösen Sie also die Gleichung $f'(x)=0$).

d) Skizzieren Sie mit Ihren Ergebnissen die Ableitungsfunktion.

3. (6 Punkte) Gegeben ist der Graph einer Funktion.



a) Zeichnen Sie die Nullstellen der Ableitungsfunktion ein.

b) Bestimmen Sie den Wert der Ableitungsfunktion an den Stellen $x = -1, x = 0$, $x = 1.5$ und $x = 4$ durch Zeichnen von Tangenten.

c) Benutzen Sie die Ergebnisse aus a und b, um die Ableitungsfunktion zu skizzieren.

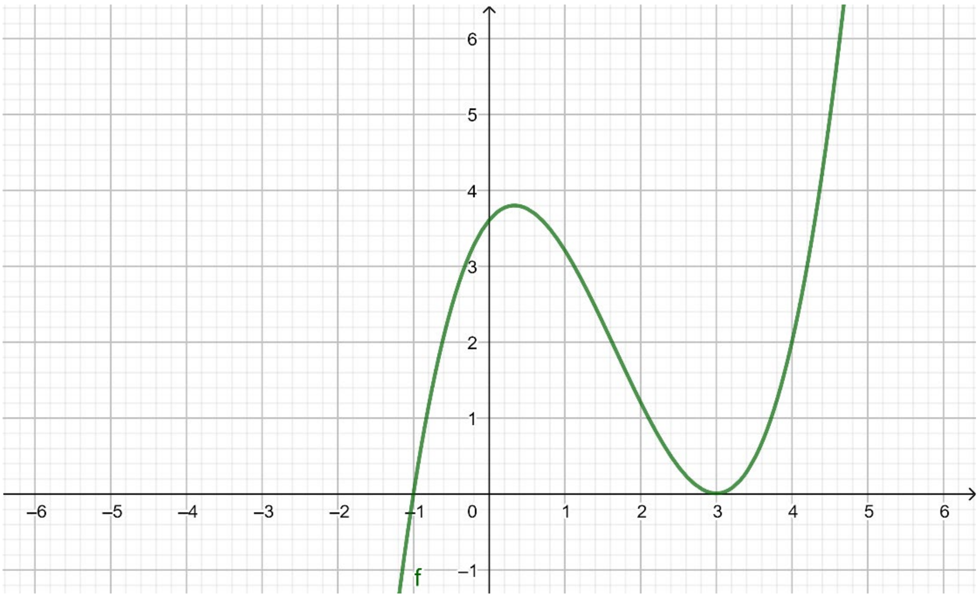
d) Markieren Sie ein Intervall, in dem die mittlere Steigung der Funktion gleich 0 ist.

BITTE WENDEN!

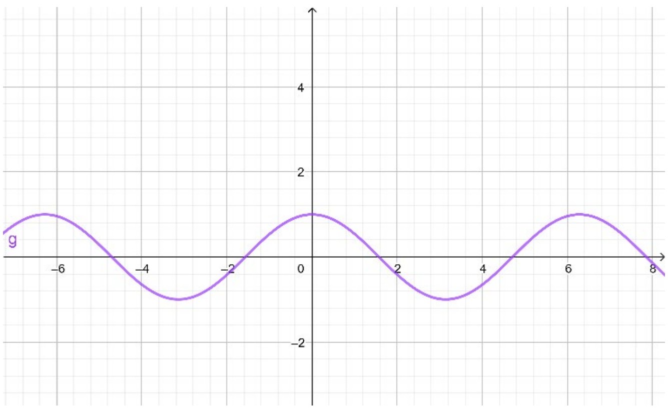
4. (3 Punkte) Gegeben ist wieder der Graph der gleichen Funktion. Dieser Graph wird nun als Graph einer Ableitungsfunktion *g'(x)* angesehen.

a) Skizzieren Sie dazu eine geeignete Ausgangsfunktion *g(x).*

b) Versuchen Sie, eine zweite mögliche Ausgangsfunktion zu finden. Erklären Sie, wie sich zwei mögliche Ausgangsfunktionen unterscheiden.



5. (4 Punkte) Gezeichnet ist der Graph der Cosinusfunktion $g(x) = \cos(x)$.



a) Zeichnen Sie den Graphen der Ableitungsfunktion ein. Achten Sie darauf, dass Sie die Nullstellen der Ableitungsfunktion korrekt einzeichnen, und dass der Graph ähnlich harmonisch aussieht, wie der Graph der Ausgangsfunktion (es wird nicht krumm und schief…)

b) Wiederholen Sie den Vorgang: Zeichnen Sie den Graphen der Ableitungsfunktion der Ableitungsfunktion, also *g''*(x*)*.

c) Stellen Sie eine Vermutung auf, welche Funktionsgleichung für *g''*(x*)* gilt, indem Sie die drei Graphen vergleichen.

Lösungen

1.

a. $120 - 4.9t\hat{}2 = 0$, auf beiden Seiten +4.9t^2 und dann durch 4.9 teilen. Darauf die Wurzel ziehen, also $t \approx 4.95$ (Gibt 1.5 Punkte)

b. Differenzenquotient:

$$\frac{120 - 4.9(t+h)^2 - (120 - 4.9t^2)}{h} = \frac{120 - 4.9t^2 - 9.8th - 4.9h^2 - 120 + 4.9t^2}{h}$$

$$= \frac{-9.8th - 4.9h^2}{h} = \frac{h(-9.8t - 4.8h\}}{h} = -9.8t - 4.8h$$

Dann h=0 setzen, und in $-9.8t$ das Ergebnis von a einsetzen. Gibt v=48.50.

2.

a) Ableitungsregel

$$f(x) = 1.5x^2 - 4x + 3$$

b) Table-Funktion

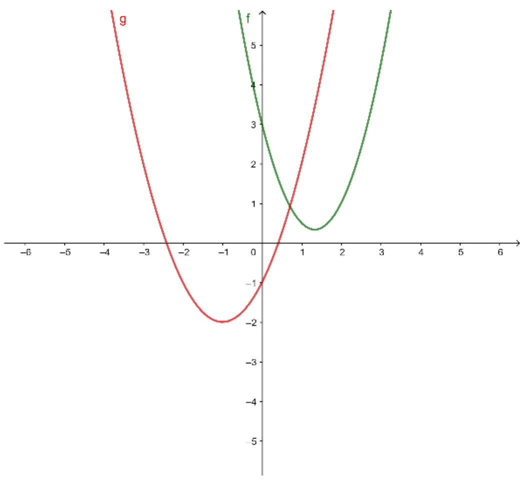
x	f'(x)	Alternativfunktion
-4	43	7
-3	28.5	2
-2	17	-1
-1	8.5	-2
0	3	-1
1	0.5	2
2	1	7
3	4.5	14

c) Nullstellen, mit Lösungsformel oder mit Taschenrechner:

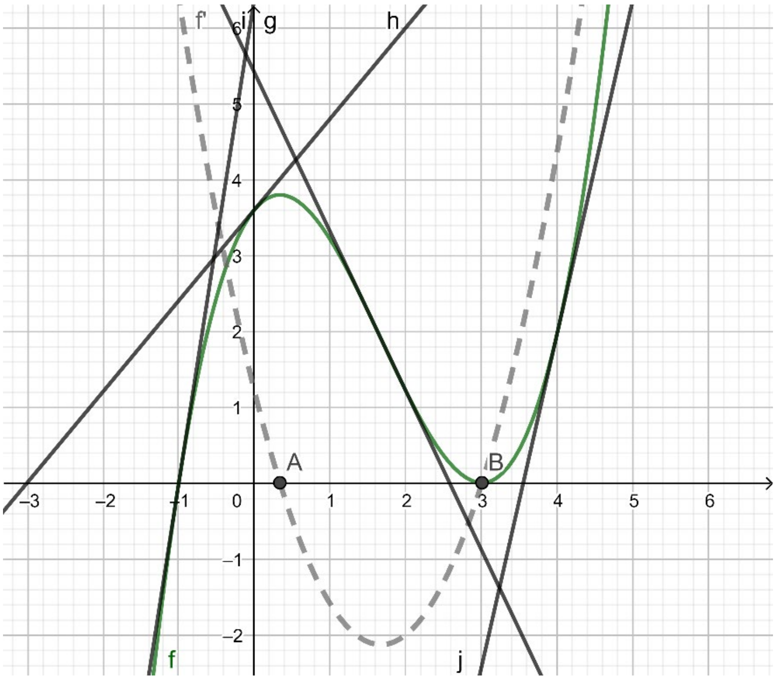
Ableitungsfunktion hat keine Nullstellen.

Alternativfunktion hat zwei Nullstellen

d) Graphen



3. Eingezeichnet sind hier die Nullstellen A und B, die Tangenten und gestrichelt die Ableitungsfunktion. In der Aufgabe konnte dies alles durch Ablesen gelöst werden.



a) Die Nullstellen sind 1/3 und 3 (1 Punkt)

b) Die Tangentensteigungen sind bei (3 Punkte)

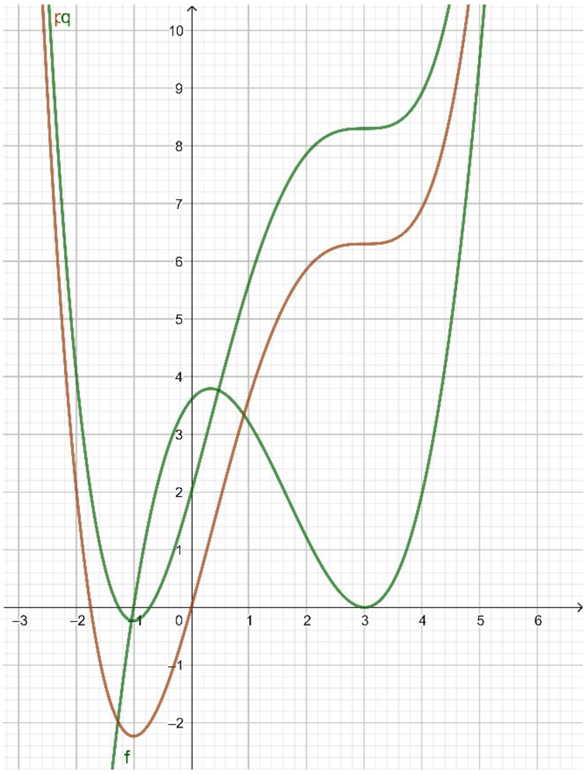
-1	6.4
0	1.2
1.5	-2.1
4	4.4

c) In der Zeichnung oben (2 Punkte).

d) Es mussten zwei Punkte auf dem Graphen mit gleichem y-Wert gefunden werden. Zum Beispiel (-1,0) und (3,0). (1 Punkt)

4. Unten finden sich zwei Lösungen. Geachtet werden muss darauf, wo die Ableitungsfunktion Nullstellen hat. Beispielsweise ist die gezeichnete Ableitungsfunktion positiv vor x=3. Also eine positive Steigung der Ausgangsfunktion. Dann wird die Ableitung Null. Und ist danach wieder positiv.

   Zwei möglich Lösungen unterscheiden sich durch die Addition einer Zahl: Verschiebung der Ausgangsfunktion nach oben und unten verändert die Ableitung nicht.



5. Die zweite Ableitung ist überall das Negative der Ausgangsunktion. Also g''(x)=-cos (x)