**Klausur Nummer 1** **F3b , Gruppe A, 15.09.2011**

Name:

| Aufgabe | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|
| Punkte | | | |

Summe: Note:

**Aufgabe 1** (12 Punkte) Beschreiben Sie, wie die Folge gebildet wird und geben Sie, wenn möglich, explizite und rekursive Bildungsgesetze an. (Für jede erklärte Folge gibt es 0.5 Punkte, für jedes korrekte explizite und rekursive Bildungsgesetz jeweils weitere 0.5 Punkte).

a) 0, 1, 2, 3, 4, 5

b) 5, 18, 31, 44, ...

c) 1, -1, -1, -1, -1,...

d) 5, 6, 11, 17, 28,

e) 2, 5, 10, 17, 26, ...

f) 1, 1.5, 1.75, 1.875, ...

g) 2.5, 5, 10, 20, 40, ...

h) 1, 2, 4, 8, 16, ...

i) 0, 1, 3, 6, 10, 15, ...

j) 3, 12, 48, 192, ...

**Aufgabe 2** (5 Punkte) Die Folge der Dreieckszahlen wird gebildet aus der Summe der ersten $n$ Zahlen:

$a_1 = 1$; $a_2 = 1 + 2 = 3$; $a_3 = 1 + 2 + 3 = 6$; $a_4 = 1 + 2 + 3 + 4 = 10$; $a_5 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$ u.s.w..

Wenn zwei aufeinander folgende Dreieckszahlen addiert werden, ergibt sich wieder eine Zahlenfolge:

$a_1 + a_2 = 1 + 3 = 4$; $a_2 + a_3 = 9$ u.s.w..

Welche Zahlenfolge ist das? Begründen Sie das Ergebnis.

**Aufgabe 3** (4 Punkte) Die Summe von 4 aufeinander folgenden Zahlen ist nie durch 4 teilbar. (Beispiel $7 + 8 + 9 + 10 = 34$ ist nicht durch 4 teilbar.)

Warum nicht?

**Lösungen:** 1) Für die volle Punktzahl braucht es zum Beispiel für alle Folgen eine Definition und für vier weitere eine zweite. Die Lösung umfasst viel mehr.
a) rekursiv $a_0 = 0$, $a_n = a_{n-1} + 1$; explizit $a_n = n$
b) rekursiv $a_0 = 5$, $a_n = a_{n-1} + 13$; explizit $a_n = 13n + 5$
c) rekursiv $a_0 = 1$, $a_n = a_{n-1} \cdot -13$; explizit $a_n = (-1)^n$

d) rekursiv $a_0 = 5$, $a_1 = 6$; $a_n = a_{n-1}a_{n-2}3$
e) rekursiv $a_0 = 2$, $a_n = a_{n-1} + 2n + 1$; explizit $a_n = n^2 + 1$
f) rekursiv $a_0 = 1$, $a_n = a_{n-1} + 1/(2^{n+1})$; explizit $a_n = 2 - 1/(2^n)$
g) rekursiv $a_0 = 2.5$, $a_n = a_{n-1} \cdot 2$; explizit $a_n = 2.5 \cdot 2^n$
h) rekursiv $a_0 = 1$, $a_n = a_{n-1} \cdot 2$; explizit $a_n = 2^n$
i) rekursiv $a_0 = 0$, $a_n = a_{n-1} + n$; explizit $a_n = n \cdot (n-1)/2$
j) rekursiv $a_0 = 3$, $a_n = a_{n-1} \cdot 4$; explizit $a_n = 3 \cdot 4^n$

2) Zum Beispiel zeichnerisch mit Hilfe eines operativen Beweises: Zahlen durch Dreiecke, wie im Unterricht.

3) Auch wieder zeichnerisch.