

Name:

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7
Punkte							

Summe:

Note:

Insgesamt gibt es 24 Punkte.

Die Formelsammlung und der Taschenrechner TI30X Pro sind zugelassen.

1. (2 Punkte) Erklären Sie, warum $x^{-n} = \frac{1}{x^n}$ eine sinnvolle Definition ist. Wir haben im Unterricht zwei Erklärungen betrachtet – eine davon reicht.
2. (2 Punkte) Erklären Sie, warum $x^{1/4}$ für negative x nicht definiert ist.
3. (2 Punkte) Es geht um das Potenzrechengesetz $a^n : b^n = (a : b)^n$. Zur Vereinfachung reicht es, das Gesetz für positive natürliche Zahlen a, b und n zu betrachten. (negative Zahlen, Dezimalzahlen und die Null müssen also nicht betrachtet werden)

Erklären Sie, warum dieses Potenzrechengesetz gilt. Machen Sie dazu Beispiele, und erklären Sie auch, warum es allgemein für alle positiven natürlichen Zahlen a, b und n gilt.

Wird nach 15 Minuten ausgeteilt

4. (4 Punkte) Stimmt die Gleichung? Wenn nicht, ändern Sie möglichst wenig in der Gleichung, damit sie korrekt ist. Sie dürfen sowohl rechts als auch links des Gleichheitszeichens etwas ändern.

a) $a^4 \cdot a^{\frac{1}{2}} = a^2$

b) $x^5 \cdot x^{-5} = 1$

c) $b^{0.4} + b^{0.6} = b$

d) $x^6 : x^3 = x^2$

5. (6 Punkte) Vereinfachen Sie. Verwenden Sie die Potenzrechengesetze.

a) $(-y^2)^3$

b) $\sqrt[4]{x^8}$

c) $(a \cdot b)^8 \cdot a^{-6} \cdot b^{-6}$

d) $\frac{8x^4}{2x^5}$

e) $(y^{3/2})^4$

f) $\sqrt[3]{x^6 y^{-9}}$

6. (4 Punkte) Berechnen Sie. Stellen Sie den Lösungsweg so dar, wie er ohne Taschenrechner notwendig ist. Das Ergebnis soll eine Zahl in Normalschreibweise sein, also z.B. 200 oder 0.03.

a) $3^{1/4} \cdot 27^{1/4}$

b) $8^{2/3}$

c) $6^4 : 2^4$

d) $\left(2^{\frac{1}{4}}\right)^8$

7. (4 Punkte) Aus dem Unterricht kennen Sie die Formel für den Durchfluss durch ein Rohr.

$$\dot{V} = \frac{k \cdot r^4 \cdot \Delta p}{l}$$

Dabei ist \dot{V} der Durchfluss durch das Rohr in ml/s. Weiter ist r der Innendurchmesser des Rohrs und Δp die Druckdifferenz zwischen Anfang und Ende des Rohrs. l ist die Länge des Rohrs. Für die Materialkonstante k dürfen Sie mit dem Zahlenwert 0.4 rechnen.

- a) Ein Trinkhalmhersteller bietet neben den Standardtrinkhalmen auch Trinkhalme mit dem dreifachen Radius an. Um welchen Faktor verändert sich damit der Durchfluss, wenn bei beiden gleich stark gesaugt wird? (Druckdifferenz und Längen sind also in beiden Fällen die gleichen).
- b) Die Standardtrinkhalme haben einen Radius von 3mm. Wie gross müsste der Radius sein, damit der Durchfluss Mal 4 Mal so gross ist? (Druckdifferenz und Länge bleiben also wieder gleich.)
- c) Jemand halbiert die Länge eines Standardtrinkhalms. Muss er stärker oder weniger stark saugen, um den gleichen Durchfluss zu erreichen?

Lösungen

1) Zwei mögliche Begründungen: 1) Wenn die Rechenregeln für Potenzen weiter gelten sollen, haben wir: $x^3 : x^5 = x^{3-5} = x^{-2}$ und auch $\frac{x^3}{x^5} = x^{-2}$. Das gilt für beliebige Wahlen der Potenzen. Zweite Begründung: Erniedrigung der Potenz um 1 in a^n bedeutet Division durch a . Also ist $a^3=aaa$ und $a^2=aa$, $a^1=a$, $a^0=1$, $a^{-1}=1/a$ und so weiter.

2) Wenn das $y=x^{1/4}$ für negative x erklärt ist, dann haben wir durch Potenzieren der Gleichung $y^4=x$, wobei x negativ ist. Wenn wir y vier Mal mit sich selbst multiplizieren, ergibt sich eine positive Zahl: Widerspruch

3) $a^n : b^n$ auf einem Bruchstrich schreiben. Das mit den Bruchrechenregeln in n Brüche aufteilen, gibt $(a:b)^n$. Also zum Beispiel

$$\frac{2^3}{4^3} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2}{4 \cdot 4 \cdot 4} = \frac{2}{4} \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{2}{4} = \left(\frac{2}{4}\right)^3$$

4) a) $a^{4.5}$ b) stimmt c) Plus durch Mal ersetzen. d) x^3

5) a) $-y^6$ b) x^2 c) a^2b^2 d) $4x^{-1}$ e) y^6 f) x^2y^{-3}

6) a) 3 b) 4 c) 81 d) 4

7) a) 81 Mal grösser b) etwa 4.2mm c) weniger