

M:eta
Mathematik: Einführung, Theorie, Aufgaben
Geradengleichungen

Torsten Linnemann
Gymnasium Oberwil – Fachmittelschule

5. Juli 2022

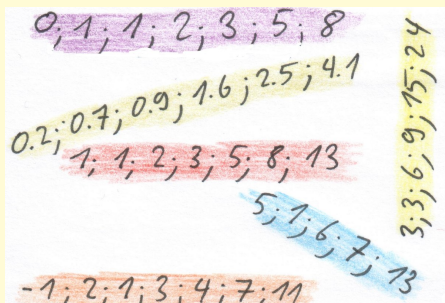


4 Geradengleichungen

Einige der Aufgaben verdanke ich Martin Münch und Dominique Meyer

4.1 Einführung – Geraden und Gleichungen

Auftrag 4.1: Fibonacci-Folgen



Betrachtet werden Zahlenfolgen mit folgendem Bildungsgesetz: Die ersten beiden Folgenglieder frei gewählt. Jedes darauffolgende Glied ist die Summe der beiden vorhergehenden Glieder. Beispiel: Ist 5 das erste und 1 das zweite Glied, so ist das dritte Glied: $5 + 1 = 6$ und das vierte $1 + 6 = 7$. Nebenstehend finden sich einige solche Folgen.

Die Folgen haben verschiedene Länge. Die Folge 1, 1, 2, 3, 5, 8 hat als sechstes und letztes Folgenglied eine 8. Die Folge 5, 1, 6, 7, 13 hat eine 13 als fünftes Folgenglied.

- a) **Änderung der ersten Folgenglieder** Notieren Sie sich drei Fibonacci-Folgen mit Länge 5.

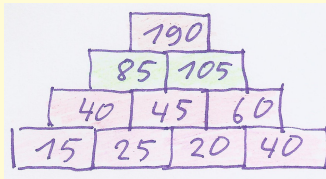
Verändern Sie jeweils nur das erste Folgenglied. Wie ändert sich das fünfte Folgenglied? Verfahren Sie ebenso mit dem zweiten Folgenglied.

Notieren Sie Ihre Beobachtungen. Finden Sie eine Begründung.

- b) **Vorgegebenes fünftes Folgenglied** Die fünfte Zahl soll 30 sein. Finden Sie möglichst viele Möglichkeiten, die ersten Zahlen zu wählen. Beschreiben Sie, wie sich systematisch Lösungen finden lassen.
- c) **Koordinatensystem, vorgegebenes fünftes Folgenglied** Wieder ist die fünfte Zahl 30. Stellen Sie alle Möglichkeiten, die ersten beiden Zahlen zu wählen, graphisch in einem Koordinatensystem dar.
- d) **Algebra** Schreiben Sie die ersten beiden Zahlen als Unbekannte und finden Sie eine Formel zur Berechnung der fünften Zahl. Vergleichen Sie mit Ihrer Beobachtung im ersten Aufgabenteil.
- e) Hier sind die ersten beiden Zahlen gleich. Wie muss diese Zahl gewählt werden, um als fünfte Zahl 42 zu erhalten?
- f) Wie muss die zweite Zahl gewählt werden, damit die erste und die fünfte Zahl gleich sind?

Auftrag 4.2: Zahlenmauern

In Zahlenmauern ist die Zahl auf einem Stein die Summe der beiden darunterliegenden Steine. Im Beispiel ist eine vierstöckige Zahlenmauer dargestellt. Die Grundsteine sind 15, 25, 20 und 40. Als Deckstein ergibt sich 190. Schauen Sie sich diese Zahlenmauer genauer an, damit Sie das Bildungsgesetz gut verstehen.



Betrachten Sie vierstöckige Zahlenmauern. Dabei soll der linke untere Grundstein 1 sein und der zweite von links auch 1.

- Der Deckstein soll 30 sein. Stellen Sie alle Möglichkeiten, den dritten und vierten Grundstein zu wählen, graphisch dar.
- Bezeichnen Sie die beiden nicht vorgegebenen Grundsteine mit x und y . Stellen Sie eine Gleichung auf, die für den Deckstein 30 gilt. Die Gleichung sollte aussehen wie $7x + 9y = 42$ – wobei alle Zahlen in diesem Beispiel falsch sind.

Welche Bedeutung haben die Zahlen bei x und y in der Graphik?

- Stellen Sie die Gleichung nach y um. Die Gleichung sollte nach einiger Bruchrechnung aussehen wie $y = \frac{7}{9}x + 3$. Welche Bedeutung haben nun die Zahlen der Gleichung für die Zeichnung der Geraden?

Auftrag 4.3

In diesem Arbeitsauftrag lernen Sie, zu beliebigen Geraden die Gleichung zu finden und zu vorgegebener Geradengleichung die Gerade zu zeichnen. Begonnen wird mit der folgenden Wertetabelle:

x	0	1	2	3	4	5	10	15	20	25
y	1	1.2	1.4	1.6	1.8	2	3	4	5	6

- Zeichnen Sie zunächst die zugehörige Gerade. Wählen Sie dabei ein Häuschen für eine Einheit, sowohl auf der x - als auch auf der y -Achse. Mit den ersten Kommazahlen werden Sie Schwierigkeiten beim genauen Einzeichnen haben – zeichnen Sie also nur die Punkte, bei denen y eine ganze Zahl ist.

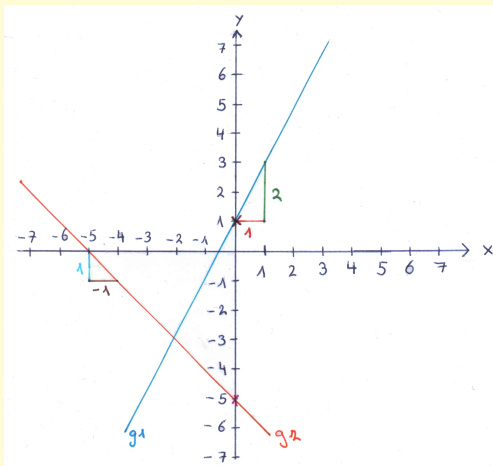
b) Finden Sie eine Formel, die aus der Punktzahl die Note errechnet. Tipps:

- Denken Sie dabei an die Ergebnisse aus dem letzten Auftrag
- Bedenken Sie, dass $0.2 = \frac{1}{5}$
- Probieren Sie einige Formeln aus, setzen Sie jeweils ein x ein und sehen Sie, ob sich das richtige y ergibt.
- Vielleicht kennen Sie die Gerade schon irgendwoher. . .

c) Finden Sie die Gleichungen für die folgenden Geraden durch die folgenden Punkte. Wertetabellen und Zeichnungen können helfen.

- Bei $x = 12$ ist $y = 4$; bei $x = 20$ ist $y = 6$
- Bei $x = 12$ ist $y = 4$; bei $x = 22$ ist $y = 6$.
- Bei $x = 14$ ist $y = 4$; bei $x = 20$ ist $y = 6$.

d) Geben Sie die Gleichungen der beiden Geraden an.



e) Zeichnen Sie zwei bis drei weitere Geraden in eine Koordinatensystem und bestimmen Sie die zugehörigen Geradengleichungen. Tipp: Organisieren Sie die Geraden so, dass Sie an einigen Stellen die Kreuzungspunkte auf dem Häuschenpapier treffen.

f) Stellen Sie zwei bis drei beliebige Geradengleichungen auf (sie wissen ja aus den letzten Teilen, wie Geradengleichungen aussehen). Erstellen Sie Wertetabellen und zeichnen Sie die Geraden.

Auftrag 4.4: Zusammenfassung

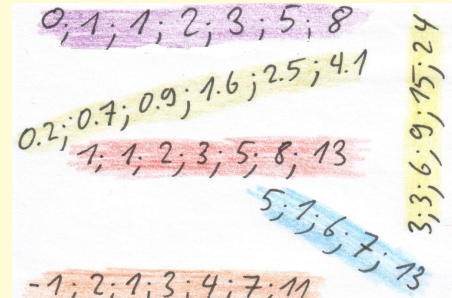
Hier werden die vorigen Aufträge zusammengefasst.

a) Sie sehen eine Gerade. Wie finden Sie die Gleichung? (Für eine Antwort brauchen Sie eine Zeichnung mit einem Beispiel und erklärende Worte.)

- b) Sie sehen eine Geradengleichung. Wie zeichnen Sie die Gerade?
- c) Sie sehen eine Wertetabelle. Wie finden Sie die Gleichung?

Auftrag 4.5: Fibonacci-Folgen II

Betrachtet werden Zahlenfolgen mit folgendem Bildungsgesetz: Die ersten beiden Folgenglieder werden frei gewählt. Jedes darauffolgende Glied ist die Summe der beiden vorhergehenden Glieder. Beispiel: Ist 5 das erste und 1 das zweite Glied, so ist das dritte Glied: $5 + 1 = 6$ und das vierte $1 + 6 = 7$. Nebenstehend finden sich einige solche Folgen.



- a) Das vierte Folgenglied soll 24 sein.
Stellen Sie alle Möglichkeiten für die ersten beiden Folgenglieder graphisch dar.
- Beschreiben Sie, wie sich aus der Graphik Lösungen für die Aufgabe herauslesen lassen.
- b) Stellen Sie alle Möglichkeiten, beim siebten Folgenglied 100 zu erhalten, graphisch dar.
- c) Finden Sie Gleichungen, die die Geraden aus den letzten beiden Aufgabenteilen beschreiben.
- d) Finden Sie eine Fibonacci-Folge, bei der das vierte Folgenglied 24 und das siebte 100 ist.

Finden Sie mehrere Vorgehensweisen, vielleicht helfen dabei die Resultate aus den vorigen Aufgabenteilen.

Beschreiben Sie Ihr Vorgehen und verallgemeinern Sie es auf andere Zielzahlen und/oder andere Längen der Folge.

4.2 Theorie und Bezeichnungen

In den Beispielen spielten x und y verschiedene Rollen: x kann frei gewählt werden, y wird zugeordnet. Deswegen wird die Gleichung häufig nach y umgestellt: Die Zuordnung lässt sich dann sofort berechnen.

Beispiel 4.1

- Jeder Punktzahl wird eine Note zugeordnet.
- Jeder ersten Startzahl wird eine zweite Startzahl zugeordnet, so dass sich ein bestimmtes Ergebnis ergibt.

Definition 4.1**Funktionen sind Zuordnungen**

Um den Zuordnungsaspekt zu betonen, schreiben wir $f(x) = y$, gesprochen *f von x = y*. Damit wird y eine Funktion von x . Oft wird in den Gleichungen statt y also $f(x)$ geschrieben. Beispiel: statt $y = 0.2x + 1$ nun $f(x) = 0.2x + 1$. So können wir verschiedene Funktionen mit verschiedenen Bezeichnungen versehen: $f(x)$ für die erste, $g(x)$ für die nächste Funktion, oder auch $f_1(x)$ und $f_2(x)$. Für das x in Klammern lässt sich ein Zahlenwert einsetzen. Für $f(x) = 0.2x + 1$ ist $f(20) = 5$.

Beispiel 4.2

Beispiele für Funktionsgleichungen, und das Einsetzen von Zahlen.

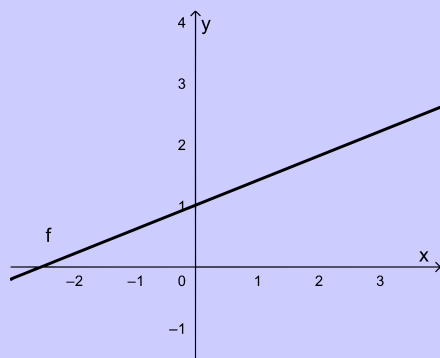
- $y = f(x) = 3x + 1$ mit $f(2) = 7$
- $g(x) = x^2 + 17$ mit $f(5) = 42$
- $f_1(x) = \sqrt{x - 7}$ mit $f_1(7) = 0$.

Definition 4.2

Funktionen haben drei typische Darstellungsformen: Zum einen die *Funktionsgleichung* $f(x) = \dots$. Weiterhin gibt es die *Wertetabelle*: In einer Zeile stehen Werte für x , und in der anderen die zugeordneten Werte. Die Wertetabelle zeigt also nicht alle Möglichkeiten für x und y an, gibt aber einen guten Überblick. Die Darstellung im Koordinatensystem nennen wir den *Graphen* der Funktion.

Beispiel 4.3

Unten findet sich für die Funktionsgleichung $f(x) = \frac{2}{5}x + 1 = 0.4x + 1$ der Graph und die Wertetabelle.



x	-1	0	1	2	3	4
y	0.6	1	1.4	1.8	2.2	2.6

Definition 4.3

Funktionen mit einer Funktionsgleichung vom Typ $f(x) = mx + q$ heißen lineare Funktionen.

Satz 4.1

Die Graphen linearer Funktionen sind Geraden.

Definition 4.4

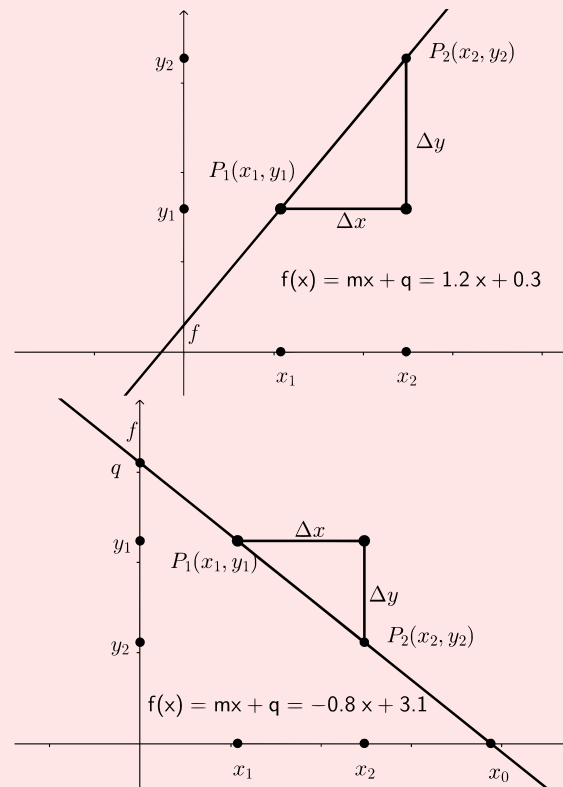
Der Faktor m vor dem x ist die *Steigung* der Geraden. Sie kann über sogenannte Steigungsdreiecke bestimmt werden. Dazu werden zwei Punkte $P_1 = (x_1/y_1)$ und $P_2 = (x_2/y_2)$ auf der Geraden gewählt und wie im Bild rechts ein Dreieck gezeichnet.

Es gilt also $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$.

Im Bild oben ist die Steigung grösser als Null. Bei fallenden Geraden ist $y_2 - y_1 < 0$. Damit ist auch $m < 0$.

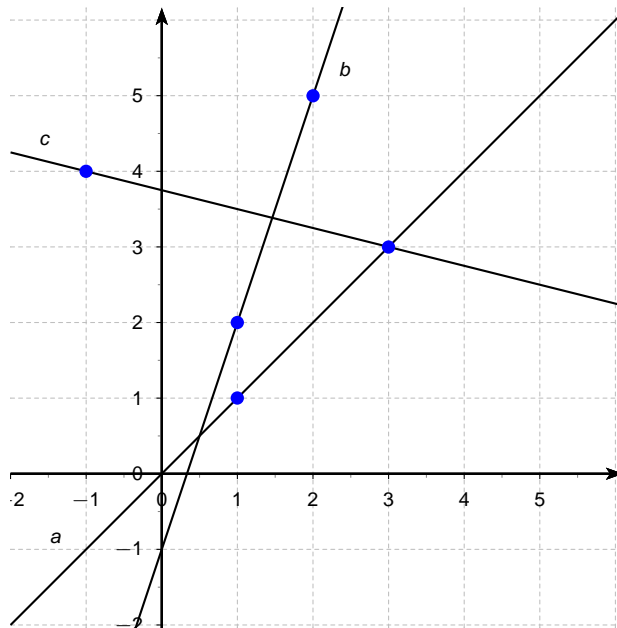
Ist $x = 0$, so ist $y = f(0) = m \cdot 0 + q = q$. Geometrisch heisst das, dass die y -Achse in Höhe q geschnitten wird. Deswegen wird q der *y -Achsenabschnitt* genannt.

Ist umgekehrt $y = 0$, so ist $0 = mx_0 + q$, also $x_0 = \frac{-q}{m}$. Dies ist die *Nullstelle* der Gerade.



4.3 Übungen zu Geradengleichungen

1. Zeichnen Sie ein Steigungsdreieck und bestimmen Sie m und q . Notieren Sie die Funktionsgleichung.

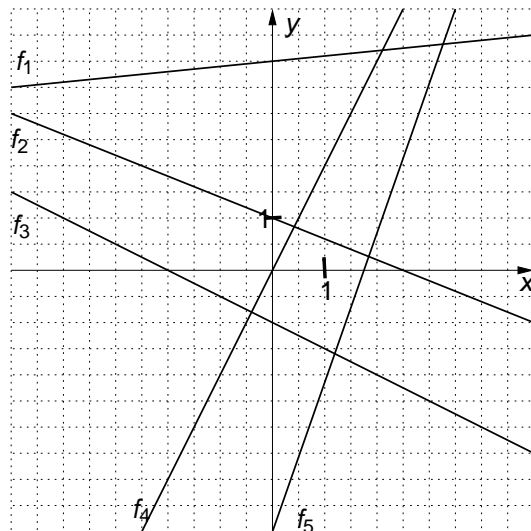


a)

b)

c)

2. Hier sind Geraden, Gleichungen und Wertetabellen gegeben. Ordnen Sie diese einander zu.



I	x	-4	-2	0	2	4
	y	$-\frac{115}{7}$	$-\frac{75}{7}$	-5	$\frac{5}{7}$	$\frac{45}{7}$

II	x	-4	-2	0	2	4
	y	-8	-4	0	4	8

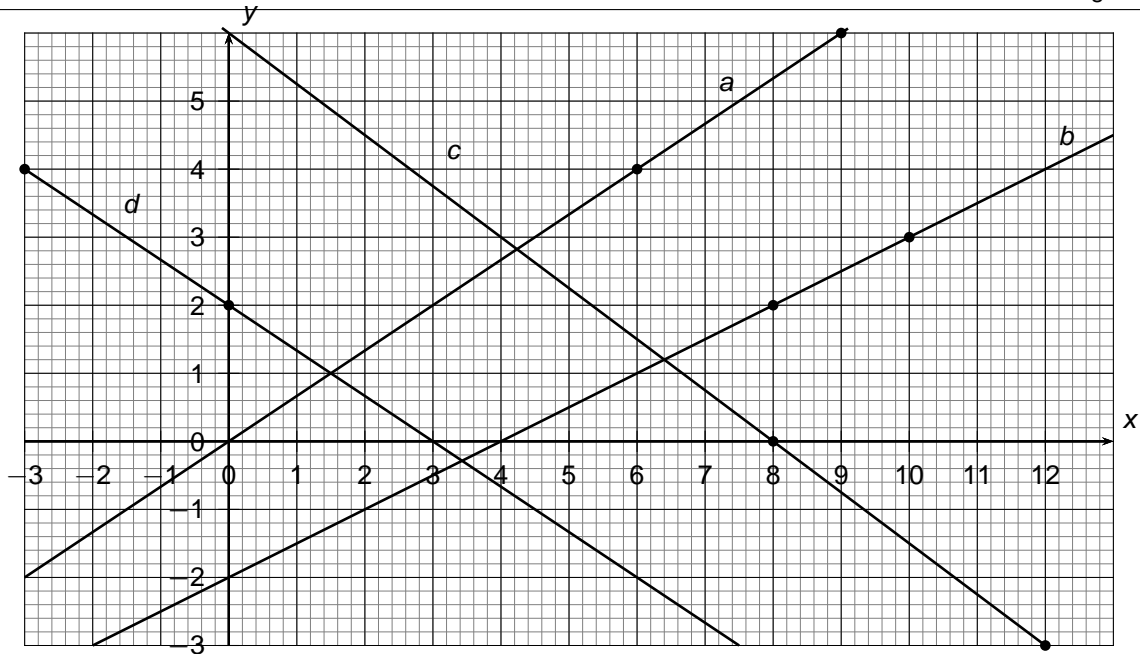
III	x	-4	-2	0	2	4
	y	1	0	-1	-2	-3

IV	x	-4	-2	0	2	4
	y	3.6	3.8	4	4.2	4.4

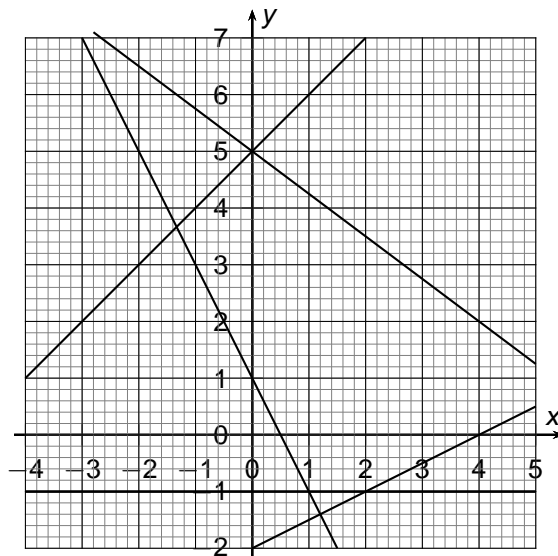
V	x	-4	-2	0	2	4
	y	2.6	1.8	1	0.2	-0.6

- a) Gleichung 1 $y = 2x$ b) Gleichung 2 $y = \frac{20}{7}x - 5$ c) Gleichung 3 $y = \frac{-2}{5}x + 1$
 d) Gleichung 4 $y = \frac{-1}{2}x - 1$ e) Gleichung 5 $y = \frac{1}{10}x + 4$

3. Schreiben Sie die Geradengleichung an die Gerade. Zeichnen Sie zuerst für jede Gerade ein Steigungsdreieck (Hilfe: Verwenden Sie die vorgegebenen Punkte) und bestimmen Sie die Steigung.



4. Geben Sie für jede Gerade die Geradengleichung an.



- a) b) c) d) e)

5. Zeichnen Sie die Gerade durch den Punkt mit der angegebenen Steigung.

- a) $P(0/1), m = \frac{1}{4}$ b) $Q(3/2), m = -2$ c) $R(2/0), m = \frac{2}{3}$

6. Zeichnen Sie die folgenden Geraden

$$f_1(x) = x + 1 \quad f_2(x) = 2x \quad f_3(x) = 2x + 1 \quad f_4(x) = -2x + 1$$

$$f_5(x) = -3x + 2 \quad f_6(x) = 0.5x - 3 \quad f_7(x) = 1/5x + 1 \quad f_8(x) = -1/10x + 4$$

Zur Kontrolle: Setzen Sie jeweils $x = 5$ ein. Berechnen Sie also $f(5)$. Ist $(5, f(5))$ ein Punkt auf der Geraden, die Sie gezeichnet haben?

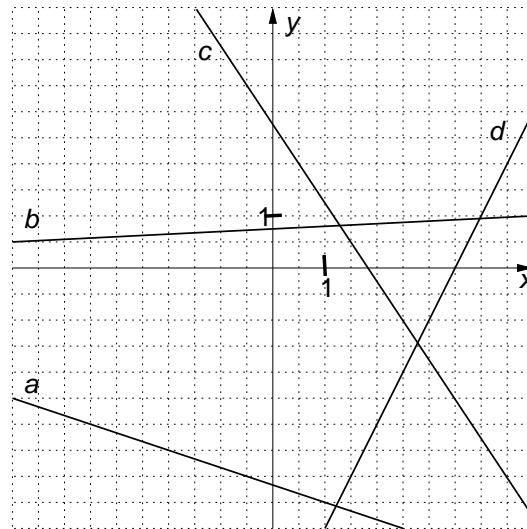
a)

b)

c)

d)

7. Geben Sie die Gleichungen der Geraden an.



a)

b)

c)

d)

8. Bei den folgenden Gleichungen handelt es sich um Geradengleichungen. Zeichnen Sie die Geraden.

a) $y = 3x + 4$

b) $y = -0.5x - 2.5$

c) $y = 5$

d) $y = x$

e) $y = -x$

f) $y = 1 - 2x$

g) $2x + y = 4$

h) $3x - y = 5$

i) $4x - 5y + 3 = 0$

9. Die beiden Punkte A und B liegen auf einer Geraden. Zeichnen Sie die Punkte in einem Koordinatensystem ein und schreiben Sie die Geradengleichung auf. Wie könnte man ohne Diagramm die Geradengleichung berechnen?

a) $A(2|-0.5), B(0|2)$

b) $A(0|-2.5), B(-2.5|0)$

c) $A(1|1), B(3|3)$

d) $A(23|12), B(45|67)$

10. Die beiden Punkte A und B liegen auf einer Geraden. Wie lautet die Geradengleichung?

a) $A(0|0), B(1|-2)$

b) $A(0|3), B(1|5)$

c) $A(2|-0.5), B(0|2)$

d) $A(0|-2.5), B(-2.5|0)$

e) $A(1|1), B(3|3)$

f) $A(-3|0), B(3|2.5)$

11. Gesucht ist die Gleichung der Geraden durch die Punkte $(3|8)$ und $(7|19)$.

a) Bestimmen Sie die Gleichung näherungsweise durch eine Zeichnung.

b) Bestimmen Sie die exakte Gleichung durch eine Rechnung.

12. Die Punkte A und B liegen auf der Geraden $h: y = -\frac{2}{3}x + 3$. Berechnen Sie jeweils die fehlenden Koordinaten:

a) $A(?|4), B(6|?)$

b) $A(0|?), B(9|?)$

c) $A(-2|?), B(?|5)$

13. Die Punkte A und B liegen auf der Geraden $g: y = 2x + 1$. Berechnen Sie jeweils die fehlenden Koordinaten:

a) $A(0|?), B(1|?)$

b) $A(2|?), B(4|?)$

c) $A(3|?), B(6|?)$

14. Die Punkte A, B, C, D, E und F liegen auf dem Graphen der Funktion. Berechnen Sie die fehlenden Koordinaten.

a) $f(x) = 3x + 2, A(-6|?), B(?|-6), C(0|?), D(?|0), E(-2|?), F(?|-2)$

b) $f(x) = -2/5x + 5, A(5|?), B(-9|?), C(0|?), D(?|0), E(-100|?), F(?|-10)$

15. Liegen die drei Punkte auf einer Geraden?

$A(8|9), B(10|14), C(15|26)$

16. Liegen die Punkte A, B und C auf einer Geraden?

- a) $A(2|3)$, $B(4|7)$ und $C(5|9)$ b) $A(-1|5)$, $B(3|7)$ und $C(42|27)$
- c) $A(-4|-3)$, $B(-7|3)$ und $C(2|-16)$

17. Geben Sie die Steigung m , den y -Achsenabschnitt q sowie die Koordinaten des Schnittpunktes mit der x -Achse an.

- a) $2x - y = 3$ b) $3x + 2y = 5$ c) $4(x - y) = 3 - 2(5 - 2x)$
- d) $3x + 4y = 12$ e) $-3x + 10 = -5y$ f) $2x + 3y + 2 = 3(y - 1)$

18. $f(x) = 2x + 3$

- a) Berechnen Sie $f(0)$, $f(100)$ und $f(-50)$
- b) Für welche x gilt $f(x) = 1$, $f(x) = 0$ und $f(x) = 100$

19. Für die lineare Funktion $f(x) = 2/3x + q$ gilt $f(-6) = 0$. Berechnen Sie q und $f(10)$.

20. Für die lineare Funktion $f(x) = mx + 4$ gilt $f(5) = 9$. Berechnen Sie m und $f(-5)$.

21. Für die lineare Funktion f gilt $f(2) = 1$ und $f(4.5) = 4$. Geben Sie die Funktionsgleichung an.

22. Gegeben ist die lineare Funktion $f(x) = 2x - 4$.

- a) Berechnen Sie $f(3)$. b) Berechnen Sie das x für das gilt $f(x) = 10$.

23. Eine Gerade hat den x -Achsenabschnitt 3 und den y -Achsenabschnitt 5. Wie lautet die Gleichung dieser Geraden?

24. Eine Gerade verläuft durch den Punkt $P(-2/-5)$ und besitzt die Steigung $m = 2.7$. Wie lautet die Gleichung dieser Geraden?

Parallel, senkrecht, spiegeln

Auftrag 4.6: senkrecht

Zeichnen Sie eine Gerade im Koordinatensystem. Bestimmen Sie Ihre Geradengleichung. Zeichnen Sie eine dazu senkrechte Gerade. Bestimmen Sie auch deren Geradengleichung.

Wiederholen Sie dies für einige Geraden – welche Beziehungen gelten bezüglich Steigung und y -Achsenabschnitt bei Geraden, die senkrecht zueinander sind?

25. Sei $f(x) = -\frac{3}{2}x + 5$. Die Funktion $g(x)$ habe die Steigung 1.5 und den y -Achsenabschnitt $q = 0.5$. $h(x)$ hat den y -Achsenabschnitt $q = -3$ und ist parallel zu $f(x)$. Bestimmen Sie alle Schnittpunkte der zugehörigen Geraden.
26. Stellen Sie die Gleichung der Parallelen durch den Punkt $P(-4|6)$ zur Geraden $g: 4x - 5y - 18 = 0$ auf.
27. Gegeben ist die Gerade $f(x) = 2x - 3$. Zeichnen Sie diese Gerade in ein Koordinatensystem und spiegeln Sie sie dann
- a) an der y -Achse b) an der x -Achse c) am Ursprung
- Wie lauten die Gleichungen der gespiegelten Geraden?
28. Sind die Geraden $h: 3x - 2y = 7$ und $k: 5 + 4y = 6x$ parallel zueinander? Begründen Sie Ihre Antwort.
29. Welche der Geraden sind parallel, welche senkrecht zueinander? Welche haben den gleichen y -Achsenabschnitt?
- a) $y = \frac{1}{3}x - 4$ b) $y = 5x - 5$ c) $y = \frac{5}{3}x + 0.5$ d) $y = -2$
- e) $y = -5x - 5$ f) $y = 4x - 3$ g) $y = -\frac{4}{5}x - 1$ h) $y = -\frac{4}{5}x + 2$
- i) $y = 4$ j) $y = -\frac{3}{5}x - 0.5$ k) $y = 2x + 5$ l) $y = 2x + 3$
- m) $y = -\frac{1}{3}x - 4$ n) $y = -\frac{1}{4}x + 1$

Anwendungen

30. In der Badi werden um 10 Uhr 300 Personen gezählt. Von 10 bis 11 Uhr kommen 330 Leute hinzu. Jemand nimmt nun an, dass es so weitergeht: der „Zufluss“ an Leuten beträgt 330 Leute pro Stunde.
- a) Stellen Sie die Funktionsgleichung einer zugehörigen linearen Funktion auf.
- Uhrzeit in $h \longrightarrow$ Anzahl der Leute in der Badi
- b) Berechnen Sie, wieviele Leute um 14:45 Uhr in der Badi wären. Benutzen Sie dabei die Funktionsgleichung.
- c) Um welche Uhrzeit wären 700 Leute in der Badi?
- d) Wie viele Leute wären, wenn die lineare Funktion wirklich die Zahl der Leute in der Badi beschreiben würde, um 18.30 Uhr in der Badi? Nennen Sie zwei Gründe, warum diese Zahl wohl nicht stimmen wird. (Anders formuliert: Was ist falsch daran, die Zahl der Leute durch eine lineare Funktion darzustellen?)

31. Vorgestern hat Jana 25 Brombeeren gepflückt. Gestern hat sie 40 gepflückt und heute (30.09.) waren bereits 55 reif zum Pflücken. Sie denkt sich, dass es schön wäre, wenn sich die Zahl der Brombeeren so weiterentwickeln würde.

- Stelle die Formel $mx + q$ einer linearen Funktion auf, die die Zahl der Brombeeren beschreibt.
- Wie viele Brombeeren wären am 16. Oktober zu erwarten?
- An welchem Datum gäbe es erstmals 500 Brombeeren?
- Warum ist es unrealistisch, die Zahl der Brombeeren durch eine lineare Funktion beschreiben zu wollen?

32. Geben Sie jeweils die Funktionsgleichung $y = f(x)$ an.

- Ein Quader mit den Kantenlängen x cm, 4 cm und 5 cm hat das Volumen y cm³.
- x Fr. sind zu 5 % Jahreszins und y Fr. zu 7 % Jahreszins so angelegt, dass sie insgesamt 420 Fr. Jahreszins erbringen.

33. a) In einer Getränkefabrik wird Rivella in Flaschen abgefüllt. Eine Maschine füllt konstant 100 Flaschen pro Stunde mit Rivella. Finden Sie die Funktionsgleichung der Zuordnung Zeit in Stunden Anzahl abgefüllte Flaschen.

Ein Aquarium ist 25 cm hoch mit Wasser gefüllt. Da das Wasser verdunstet, nimmt die Wasserhöhe y um 0.3 cm pro Tag ab. Die Variable t beschreibt die Zeit in Anzahl Tagen. Finden Sie eine Funktionsgleichung $y=f(t)$.

Der Belag einer Autobahn wird erneuert. 4.3 km sind heute bereits fertig und täglich werden 450 m neu asphaltiert. Die Variable t beschreibt die Zeit in Anzahl Tagen ab heute. Finden Sie eine Funktionsgleichung, die das Wachstum der Belagserneuerung y (in m) beschreibt.

In welchen der obigen Teilaufgaben ist die y -Grösse direkt proportional zur Zeitmessung, wo nicht?

34. Der maximale Puls, den Menschen erreichen können, nimmt im Laufe des Lebens ab. Wir verwenden folgende Faustregel: Der Maximalpuls von Neugeborenen liegt bei 207 Schlägen.

Alle 10 Jahre nimmt der Puls um 7 Schläge ab.¹

- Welchen maximalen Puls hat demnach eine 10 jährige Person? Welchen Puls hat eine 17 jährige Person?
- Stellen Sie den Zusammenhang in einem Koordinatensystem dar. Wählen Sie die Achsen geeignet, so dass das gesamte Lebensalter eines Menschen abgedeckt werden kann.
- Stellen Sie eine Formel auf, die den Zusammenhang beschreibt.
- In welchem Alter beträgt der maximale Puls 170?
- Herr Tol hat beim Stadtlauf einen Puls von 188 gemessen. Er war zum Zeitpunkt des Laufs 51 Jahre alt. Wie schätzen Sie das ein?

¹<https://www.bergzeit.ch/magazin/maximalpuls-berechnen-ermitteln-formel-training>

35. Eine Schule möchte ein Kopiergerät mieten. Zur Auswahl stehen zwei Geräte. **Copyquick:** Dieses Gerät kostet zum Kauf 9000 Franken. Die Miete beträgt 3% des Verkaufspreises. Die Kopierkosten betragen 4 Rappen pro Stück **Copyfast:** Dieses Gerät kostet zum Kauf 12500 Franken. Die Miete beträgt 3.2% des Verkaufspreises. Die Kopierkosten betragen 2.5 Rappen pro Stück
- Stellen Sie die Kosten für die beiden Kopiergeräte in einem Monat in Abhängigkeit der Kopienanzahl in einem Diagramm dar.
 - Bestimmen Sie aus der Graphik, bei welcher Kopienanzahl beide Geräte gleich teuer sind.
 - Bestimmen Sie die Funktionsgleichungen der beiden Kopiergeräte.
 - Berechnen Sie, bei welcher Kopienanzahl beide Geräte gleich teuer sind.

Exkurs: Ernährung

Auftrag 4.7

Mensa In einer Mensa wird bei jedem Essen auf den Kalorien- und Nährwertgehalt geachtet – und auch auf den Preis. Hier soll ein solches Problem diskutiert werden.

- Stellen Sie ein Menü aus zwei Komponenten (zum Beispiel Schnitzel mit Pommes Frites – es gibt aber auch gesündere Alternativen) zusammen, das 800 kcal und 50g Eiweiss enthält. Sie müssen also entscheiden wie viel Gramm, von der einen Komponente, und wie viel Gramm von der anderen Komponente Sie verwenden.

Wählen Sie selber zwei Komponenten, Nährwerte finden Sie im Internet.

- Es sollen die gleichen Komponenten gewählt werden, aber mit mehr Bandbreite bei der Auswahl:

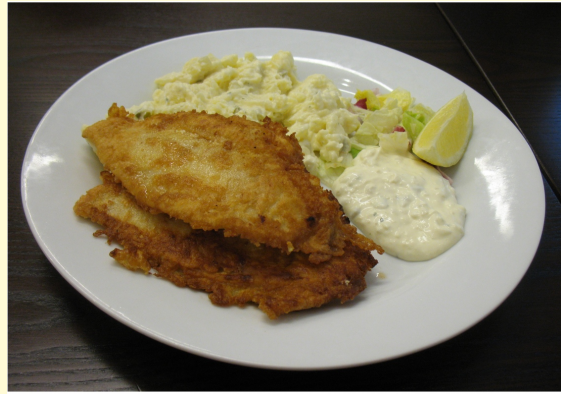
700 bis 900 kcal und 40 bis 70g Eiweiss. Wie würden Sie die Mengen nun zusammenstellen.

- Fragen Sie in der Mensa nach: Welche Richtwerte gibt es für Kalorien und Nährwerte? wie wird garantiert, dass diese eingehalten werden?

Berechnen Sie für einige Menüs der letzten Woche Energiegehalt und Nährwerte.

Auftrag 4.8: Fischgericht

Auf dem Essensplan steht Scholle mit Kartoffelsalat. (Keine Beilage, bei linearen Funktionen haben wir nur zwei Möglichkeiten, x und y , das entspricht Scholle und Kartoffelsalat.)



Der tägliche Kalorienbedarf eines Menschen liegt bei durchschnittlich 2000kcal. Das Mittagessen soll 700-1000 kcal enthalten.

Der tägliche Eiweissbedarf liegt bei 60g, das Mittagessen soll 20 bis 70g enthalten.

Fett soll weniger als 50g enthalten sein, Kohlenhydrate unter 90g.

Scholle kostet 12 Franken/kg, Kartoffelsalat 3 Fr/kg.

Folgende Nährwerte können pro 100g zu Grunde gelegt werden ^a:

	Scholle	Kart.salat
Kcal	112	97
Protein	23	2
Fett	2	4
Kohleh.	0	13.5

Stellen Sie zusammen, welche Möglichkeiten für den Koch bleiben, das Menü zusammenzusetzen.

^a<http://hbnweb.de>, Zugriff am 25.6.09, Autor Heinz Becker

Lösungsverzeichnis

1) $y = \frac{2}{3}x$	10	9) $f(x) = -x - 2.5$	13
1) $y = 3x - 1$	10	9) $f(x) = x$	13
1) $y = -0.25x + 3.75$	10	9) $f(x) = \frac{5}{2}x - 45\frac{1}{2}$	13
2) f_4 , Wertetabelle II	10	10) $y = -2x$	13
2) f_5 , Wertetabelle I	10	10) $y = 2x + 3$	13
2) f_2 , Wertetabelle V	10	10) $y = -1.25x + 2$	13
2) f_3 , Wertetabelle III	10	10) $y = -x - 2.5$	13
2) f_1 , Wertetabelle IV	10	10) $y = x$	13
4) $f(x) = x + 5$	11	10) $y = 5x/12 + 1.25$	13
4) $g(x) = -\frac{3}{4}x + 5$	11	11) $y = \frac{4}{11}x + \frac{76}{11}$	13
4) $h(x) = -2x + 1$	11	12) $A(-\frac{3}{2}/4), B(6/-1)$	13
4) $k(x) = \frac{1}{2}x - 2$	11	12) $A(0/3), B(9/-3)$	13
4) $m(x) = -1$	11	12) $A(-2/\frac{13}{3}), B(-3/5)$	13
6) -	11	13) $A(0/1), B(1/3)$	13
6) a: $y = \frac{2}{3}x$	12	13) $A(2/5), B(4/9)$	13
6) b: $y = \frac{1}{2}x - 2$	12	13) $A(3/7), B(6/13)$	13
6) c: $y = -\frac{3}{4}x + 6$	12	14) $-16, -8/3, 2, -2/3, -4, -4/3$	13
6) d: $y = -\frac{2}{3}x + 2$	12	14) $3, 8.6, 5, 25/2, -45, 37.5$	13
7) $a(x) = -x/3 - 13/3$	12	15) nein	13
7) $b(x) = 1/20x + 0.75$	12	16) ja nein nein	14
7) $c(x) = -1.5x + 2.75$	12	17) $f(x) = 2x - 3, X(\frac{3}{2}/0)$	14
7) $d(x) = 2x - 7$	12	17) $f(x) = -\frac{3}{2}x + \frac{5}{2}, X(\frac{5}{3}/0)$	14
9) $f(x) = -\frac{5}{4}x + 2$	13	17) $f(x) = \frac{7}{4}, \text{kein } X$	14

17) $f(x) = -\frac{3}{4}x + 3, X(4/0)$	14	32) $f(x) = -\frac{5}{7}x + 6000$	16
17) $f(x) = \frac{3}{5}x - 2, X(\frac{10}{3}/0)$	14	33) $f(t) = 100t$	16
17) $f(y) = -\frac{5}{2}, X(-\frac{5}{2}/0)$	14	33) $f(t) = -0.3t + 25$	16
18) 3, 203 und -97	14	33) $f(t) = 450t + 4300$	16
18) $-1, -3/2, 97/2$	14	34) 200 bzw 195 gerundet	16
18) a) 3, 203 und -97 b) $-1, -3/2, 97/2$	14	34) $y = -0.7x + 207$	16
19) $q = 4, 32/3$	14	34) 53	16
20) $m = 1, -1$	14	34) Puls 171 laut Formel. Fehlmessung? Trainiert? Ungesund?	16
21) $y = 6x/5 - 7/5$	14	35) ca. 8500-9000	17
22) a) 2 b) 7	14	35) $f(x) = 0.025x + 400; g(x) = 0.04x + 270$	17
23) $y = -\frac{5}{3}x + 5$	14	35) 8667	17
24) $y = 2.7x + 0.4$	14		
25) g und $h: (-\frac{7}{6} -\frac{5}{4}), f$ und $g: (\frac{3}{2} \frac{11}{4})$	15		
26) $f(x) = \frac{4}{5}x + 9\frac{1}{5}$	15		
27) $f(x) = -2x - 3$	15		
27) $f(x) = -2x + 3$	15		
27) $f(x) = 2x + 3$	15		
28) umstellen nach y – parallel	15		
30) $y = 330x - 3000$	15		
30) 1867	15		
30) c) 11:13	15		
30) 3105	15		
31) z.B. $15x + 25$	16		
31)) 295 c)	16		
31) 29.11.	16		
32) $f(x) = 20x$	16		