

# Die Entwicklung von Zahlssystemen

Torsten Linnemann



# Aufbau

1. Entwicklung des Zahlbegriffs
2. Additionssysteme
3. Stellenwertsysteme

# Literatur

- (1) Krämer, S. (1988): Symbolische Maschinen. Wissenschaftliche Buchgesellschaft, Darmstadt
- (2) Stewart, I. (2010): Meilensteine der Mathematik. Spektrum, Heidelberg
- (3) Wussing, H. (2008): 6000 Jahre Mathematik, Band 1. Springer, Heidelberg

# 1 Entwicklung des Zahlbegriffs

1. Zahlen gelten als Eigenschaften abzählbarer Dinge
2. Zahlen werden repräsentiert durch gegenständliche Hilfsmengen
3. Zahlen werden erzeugt durch eine sukzessive Aneinanderreihung von Zahlzeichen

Nach Krämer (1988)

Zahlen also als Abstraktion von den Gegenständen.

Algebra dann als Abstraktion von den Zahlen (Hefendehl Hebeker)

Algebra wächst aus der Arithmetik, nicht aus Textaufgaben!

# 1.1 Zahlen als Eigenschaften abzählbarer Dinge

- Fidschi-Inseln:

10 Kokosnüsse: koro; 1000 Kokosnüsse: saloro

- Zahl gehört zu den Dingen dazu

- Arabien:

Mann: radjulum; 2 Männer: radjulani; radjalun: Männer

- Ozeanien: bis vier

- Abiponen, Paraguay

Pferd: ahöpegak; einige Pferde: ahöpega; viele Pf.: ahöpegeripi

Krämer 1988

## 1.1 Zahlwörter im Deutschen

Ein Baum, einen Baum, eines Baumes

Ein Mann eine Frau

- Anzahlen als Eigenschaften von Dingen, wie Adjektive

Ein Bild von drei roten, glänzenden Äpfeln: Keine Deklination

- Allmähliche Entwicklung einer Sonderrolle

Krämer 1988

## 1.2 Repräsentation von Zahlen durch gegenständliche Hilfsmengen

- Wie löst sich die Zahl vom gezählten Ding?

Steine, Muscheln, Stäbchen zum Zählen

Wedda, Sri Lanka: Wie viele Nüsse? So viele

- Etrusker: Jedes Jahr ein Nagel, seit Anbeginn der Zeit
- Finger: numerare per digitos – an den Fingern abzählen

Analogische Zuordnung, Bedeutung sind Anzahlen, nicht Zahlen. „Anzahlen von etwas...“

Nächster Schritt: Symbolische Darstellungen

Krämer 1988

## 1.3 Zählreihe – fortlaufende schriftl. Zahlzeichen

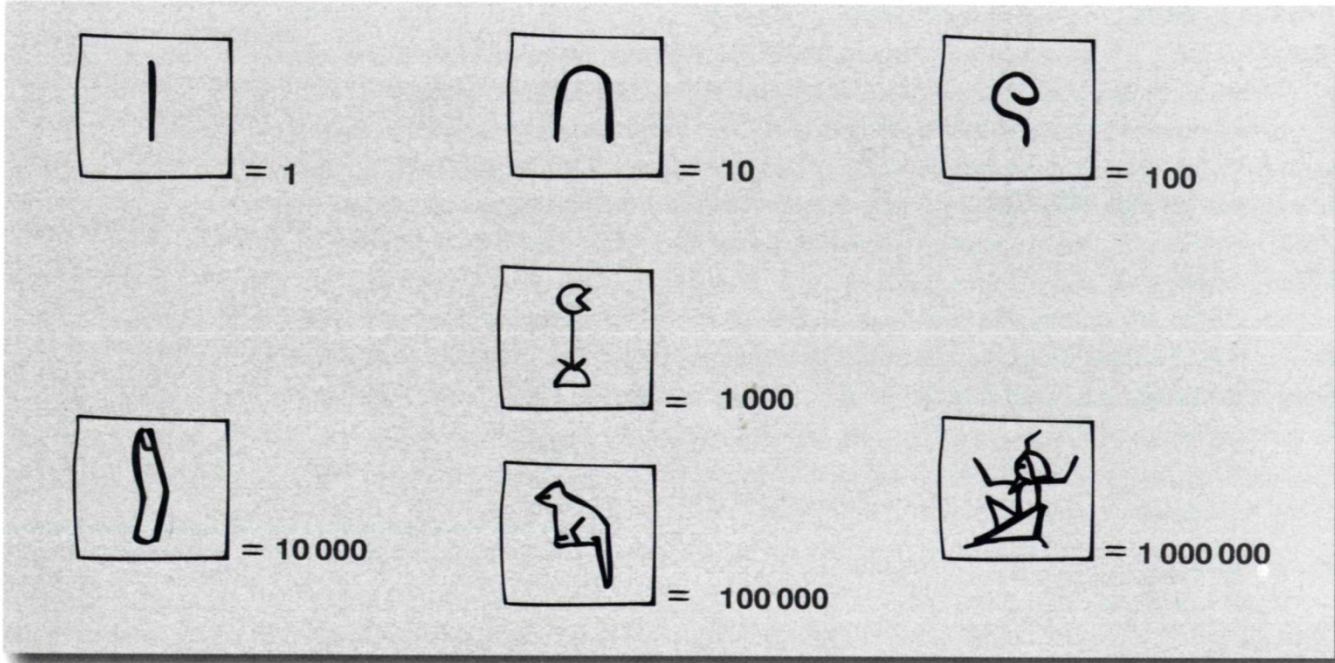
- Buchführung in Mesopotamien: Behälter mit Tonkugeln – aussen Anzahl notiert: 9. Jahrtausend vor Christus
- Älteste gefundene Zählstäbe: Lebombo Knochen (oben, älter als 35000 Jahre) und Ishango Knochen (ca 24000 Jahre)



Stewart 2010

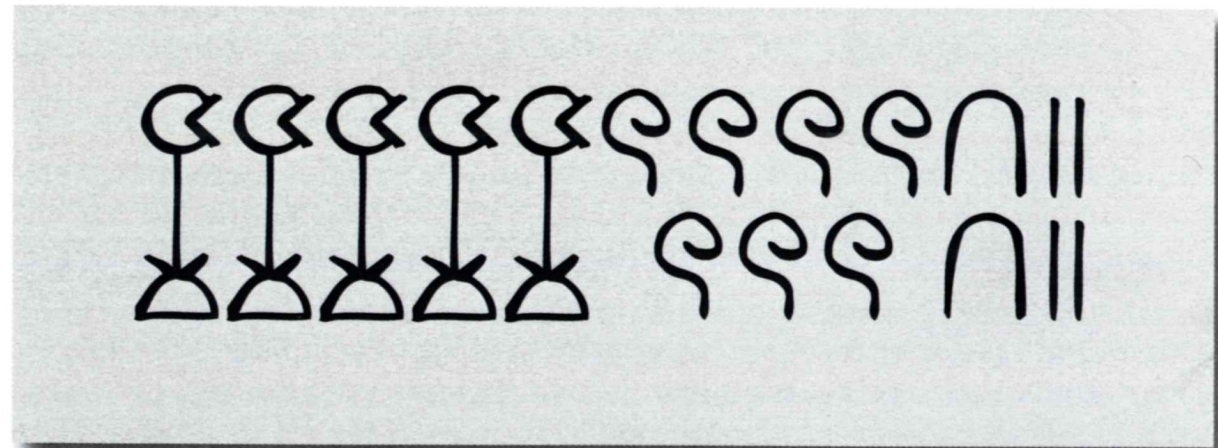


## 2 Additionssysteme mit Bündelung -Ägypten



Ägyptische  
Zahlensymbole.

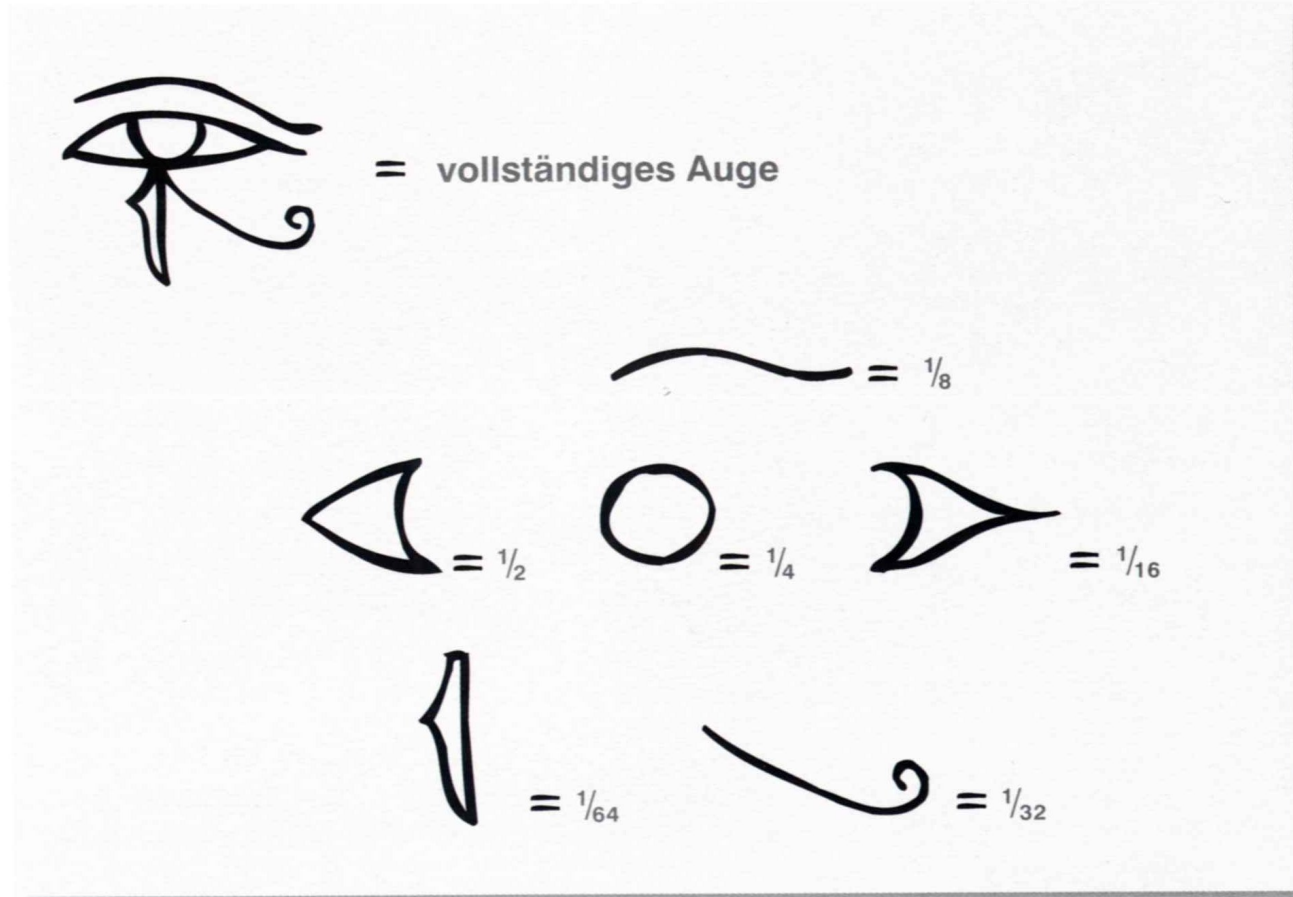
Die Zahl 5724,  
ausgedrückt durch  
ägyptische  
Hieroglyphen.



Bilder aus  
Stewart (2010)

# Ägypten, Brüche

Spezielle Brüche, deren Symbole zusammengesetzt das Auge des Horus ergeben.



Zusätzliche Symbole für besonders häufige Brüche.



# Babylon – Sexagesimalsystem – 60 als Basis

Babylonische  
Keilschriftzeichen  
für die Zahlen 1 bis  
59.

1		11		21		31		41		51	
2		12		22		32		42		52	
3		13		23		33		43		53	
4		14		24		34		44		54	
5		15		25		35		45		55	
6		16		26		36		46		56	
7		17		27		37		47		57	
8		18		28		38		48		58	
9		19		29		39		49		59	
10		20		30		40		50			



## Babylonische Beispiele

- 2,7,4 bedeutet  $2 \cdot 60 \cdot 60 + 7 \cdot 60 + 4 = 7624$
- 23,11,14 bedeutet  $23 \cdot 60 \cdot 60 + 11 \cdot 60 + 14 = 83474$
- Brüche: 12,59;57;17

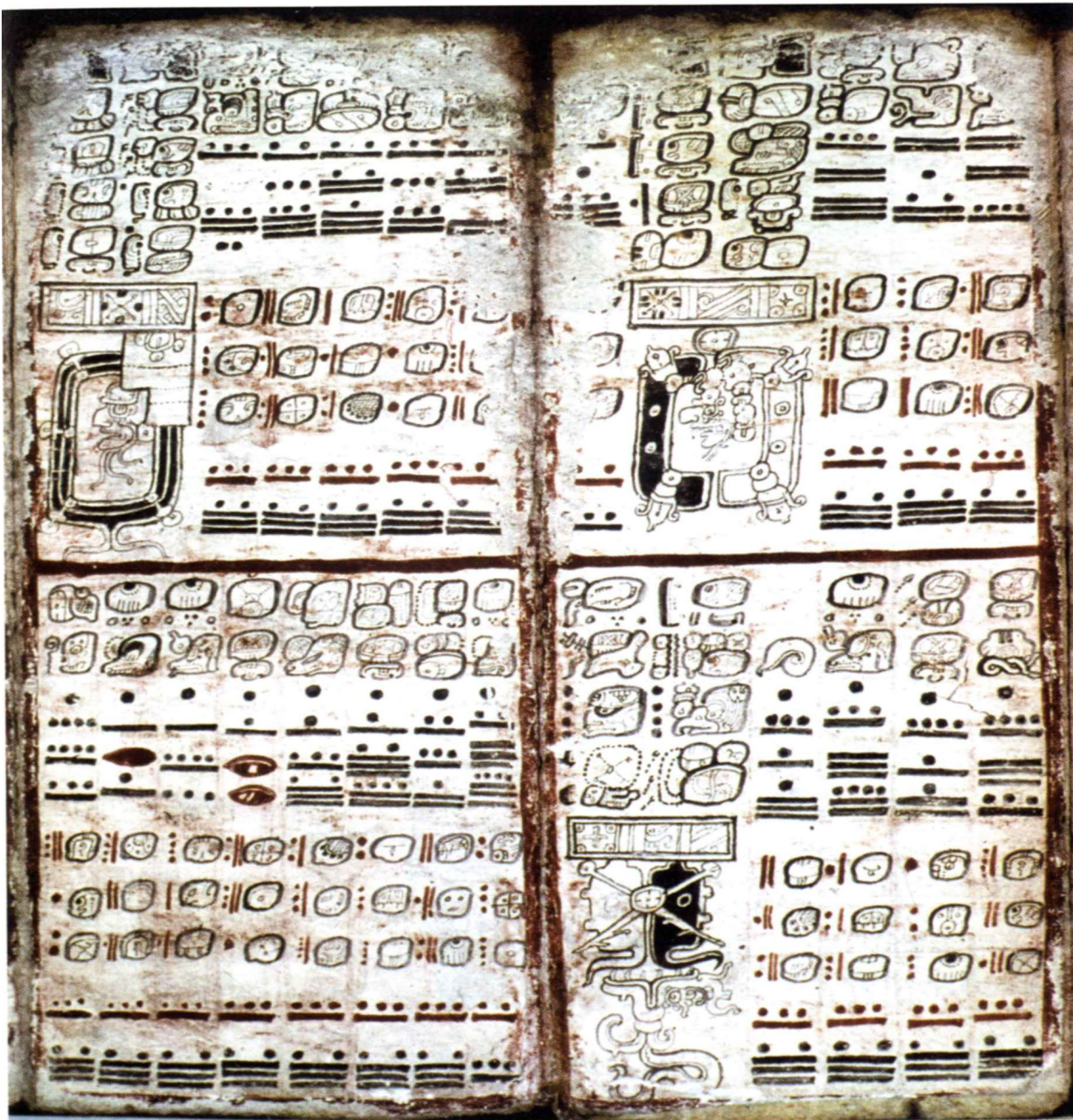
bedeutet  $12 \cdot 60 + 59 + 57 \cdot \frac{1}{60} + 17 \cdot \frac{1}{3600} = 779.955$

Damit wurde Marsjahr bestimmt. Wirklicher Wert:
















779.936 Tage

(Stewart, 2010)

# Maya 1000-1546 – Zwanzigersystem



## Maya-Beispiele (manchmal 18er...)

						
1	2	4	7	9	12	19
	2 ×	7 200			6 ×	7 200
	13 ×	360			12 ×	360
	7 ×	20	oder			0
	14 ×	1				0
<hr/>				<hr/>		
19 234				47 520		

Wussing (2008)

## Römisches Zahlssystem

- 2021=MMXXI
- 1er, 10er, 100 haben eigene Zeichen. Das ist aber unübersichtlich – zusätzliche Fünferbündelung
- I - 1
- V – 5
- X – 10
- L – 50
- C – 100
- D – 500
- M - 1000

# Additionssystem: Rechnen im römischen Zahlssystem

- Was ergibt CCLXVI + MDCCCVII + MLXXX=?

			CC	L	X	V	I
	M	D	CCC			V	II
	M			L	XXX		
+	(M)	(D)	(C)	(L)	(X)		
	MMM		C	L			III

Sehr mühsam, hoher Platzbedarf. Noch viel mühsamer bei Multiplikation.



## Stellenwertsysteme

- China:

3C 2X 4 = 324

3C 4 = 304

- Arabien

324, Platzhalter für abwesende Stellen:

304 -- „Geburt“ der Null

(Krämer 1988)