Fachhochschule
Nordwestschweiz

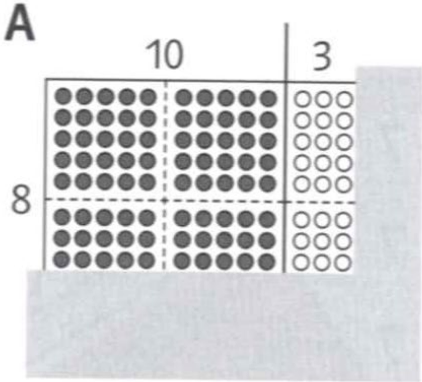
Rechengesetze

Torsten Linnemann

Multiplikation ein Beispiel aus dem Arbeitsheft Zahlenbuch 3

1 Multipliziere am Feld.

A



$8 \cdot 13 =$

$\cdot$	10	3
8		

Materialien im Zahlenbuch: Wendeplättchen, Zwanzigerfeld, Hunderterfeld

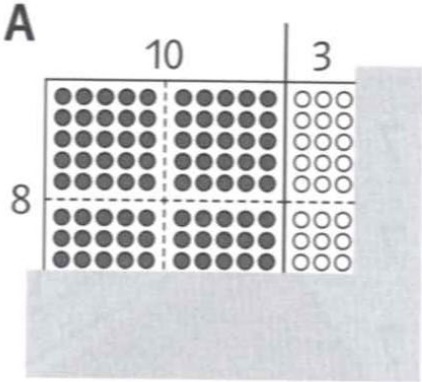
Die Rechengesetze: Begründungen und Beispiele

- Kommutativgesetz; Assoziativgesetz; Distributivgesetz
-

Multiplikation ein Beispiel aus dem Arbeitsheft Zahlenbuch 3

1 Multipliziere am Feld.

A



$8 \cdot 13 =$ ....

·	10	3	
8			......

Wichtig: Kommutativgesetz, Assoziativgesetz und Distributivgesetz

Das sind die einzigen Rechengesetze. Der Rest, wie zum Beispiel Punktrechnung vor Strichrechnung, sind Verabredungen zur Notation.

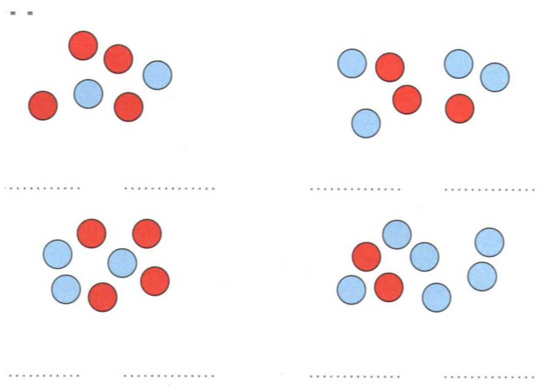
Die Begründungen der Gesetze in der Schule sind primär geometrisch.

Materialien im Zahlenbuch – Die Wendeplättchen

Bewusste Beschränkung bei der Auswahl – jedes neue Material muss eingeführt werden. Wendeplättchen und die zugehörigen strukturierten Zwanziger und Hunderterfelder, und das Tausenderbuch reichen für die meisten Veranschaulichungen aus.

Unstrukturierte Wendeplättchen

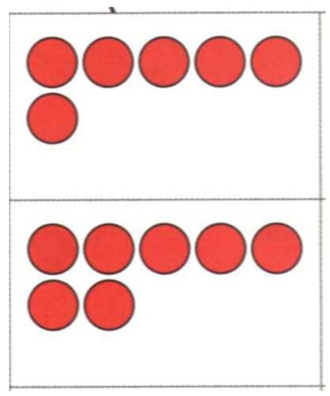
Schritte 1:



(Zahlenbuch 1)

Selber strukturieren.

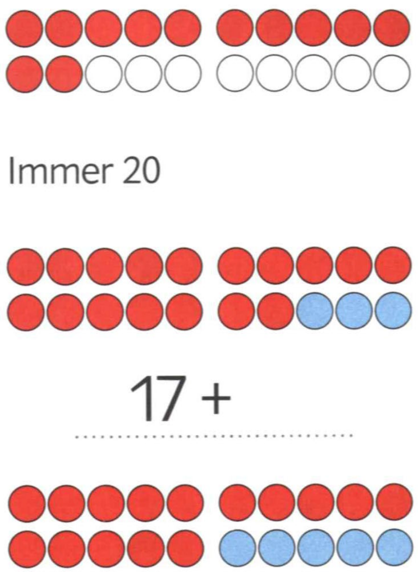
Schritt 2 (Kraft der Fünf)

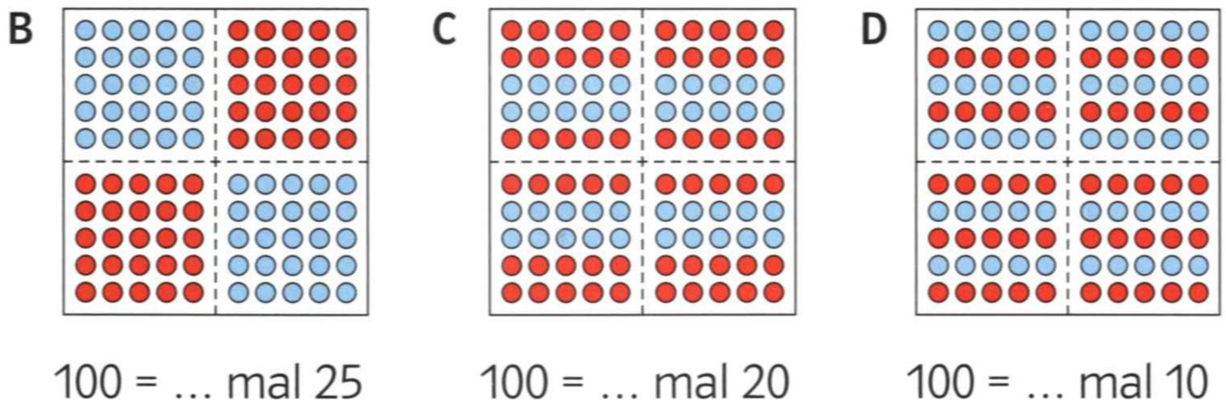


Materialien im Zahlenbuch – Die Wendeplättchen

Zwanzigerfeld, Schritt 3:

Hunderterfeld, Schritt 4





Zahlenbuch 1

Zahlenbuch 2

Die Rechengesetze: Das Kommutativgesetz der Addition

Kommutativgesetz der Addition $a+b=b+a$

2 Welche Aufgaben findest du leichter?

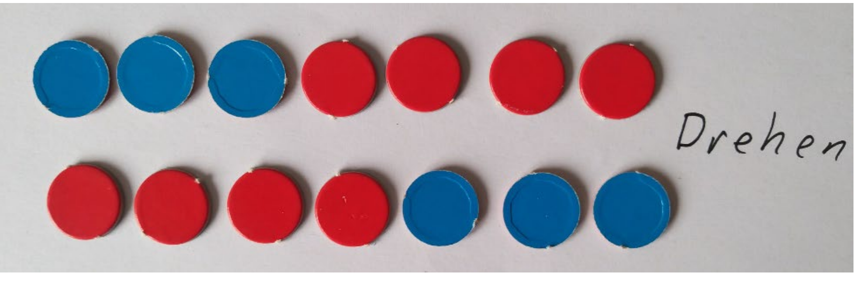
49 + 2	oder	2 + 49
48 + 3	oder	3 + 48
5 + 46	oder	46 + 5
6 + 45	oder	45 + 6

3

2 + 98	67 + 12
87 + 3	13 + 67
4 + 76	67 + 14
5 + 65	15 + 67
54 + 6	17 + 67

(Zahlenbuch 2)

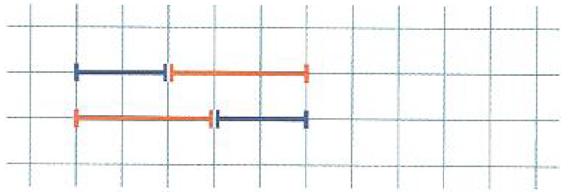
Und wenn ein Kind nach der Begründung fragt: Operativer Beweis:



Rechengesetze im Mathbuch I

Kommutativgesetz

2 Beim geschickten Rechnen hast du vermutlich unbewusst bekannte Rechenregeln benützt. Verschiedene solche Regeln gelten für alle x-beliebigen Zahlen. Man kann sie allgemein beschreiben und veranschaulichen.

Zahlenbeispiel	in Worten	Modell	algebraisch
$2 + 3 = 3 + 2$	Werden zwei Zahlen addiert, darf die Reihenfolge vertauscht werden.	Streckenlängen 	$a + b = b + a$

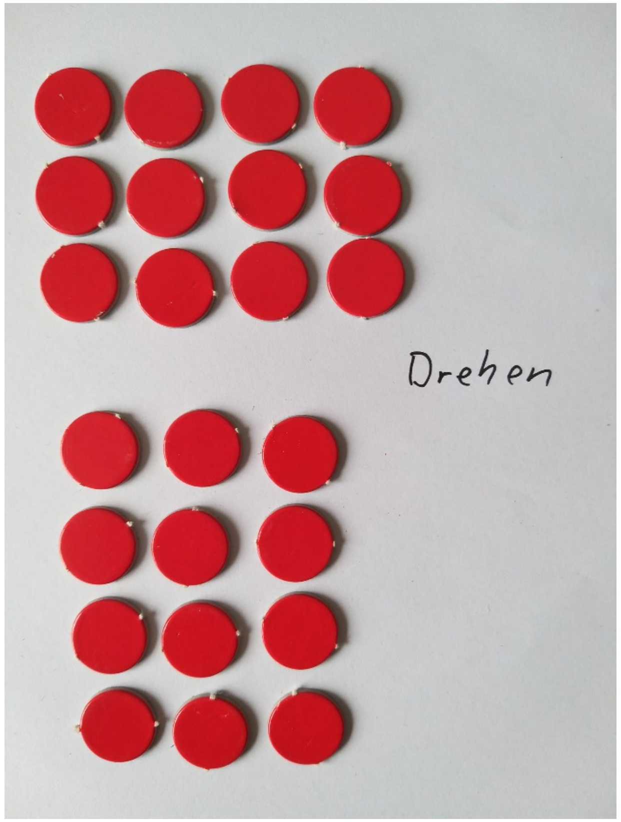
A Zeige an Zahlenbeispielen, dass es auch für die Multiplikation ein Kommutativgesetz gibt. Formuliere es in Worten und algebraisch. Stelle es mit Rechteckflächen dar.

B Zeige an Zahlenbeispielen, dass das Kommutativgesetz für die Subtraktion nicht gilt. Formuliere dies algebraisch.

C Zeige an Zahlenbeispielen, dass das Kommutativgesetz für die Division nicht gilt. Formuliere dies algebraisch.

Das Kommutativgesetz der Multiplikation

Warum ist 3*4=4*3?



a*b=b*a

Das Assoziativgesetz der Addition

$a+(b+c)=(a+b)+c$

Wird das wirklich gebraucht?

Ja, unbedingt, zum Beispiel beim Zehnerübergang:

$7+8=7+(3+5)=(7+3)+5=10+5=15$

Visualisierung: ähnlich wie beim Kommutativgesetz der Addition.

Beispiel Zahlenbuch 2:

5 Löse geschickt.

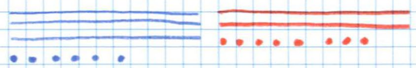
A	B	C	D
4 + 4 − 4	5 + 5 − 6	80 + 40 − 80	60 + 20 − 60
40 + 40 − 40	50 + 50 − 60	8 + 4 − 8	6 + 2 − 6
5 + 4 − 4	5 + 6 − 6	80 + 70 − 80	60 + 60 − 20
50 + 40 − 40	50 + 60 − 60	8 + 7 − 8	6 + 6 − 2

Die Rechengesetze: Assoziativgesetz und Kommutativgesetz

Beispiel von Kommutativgesetz und Assoziativgesetz im Einsatz, Zahlenbuch 2:

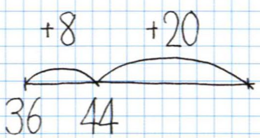
2 Probiert $\boxed{36} + \boxed{28}$. Vergleicht eure Wege.

3 Wie rechnen diese Kinder?



36 + 28 =
30 + 20
6 + 8
Jana

36 + 28 =
36 + 20 + 8
Nico



36 + 28 =
36 + 8 + 20
Anna

36 + 28 =
36 + 30 − 2
Carlo

36 + 28 =
34 + 30
Tim

Überlegen Sie selbstständig:

Wie haben die Kinder gerechnet?

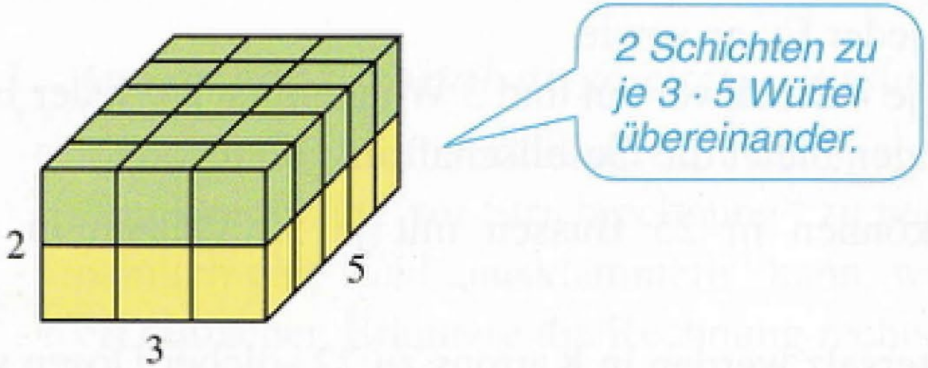
Welches Gesetz wird wo genutzt?

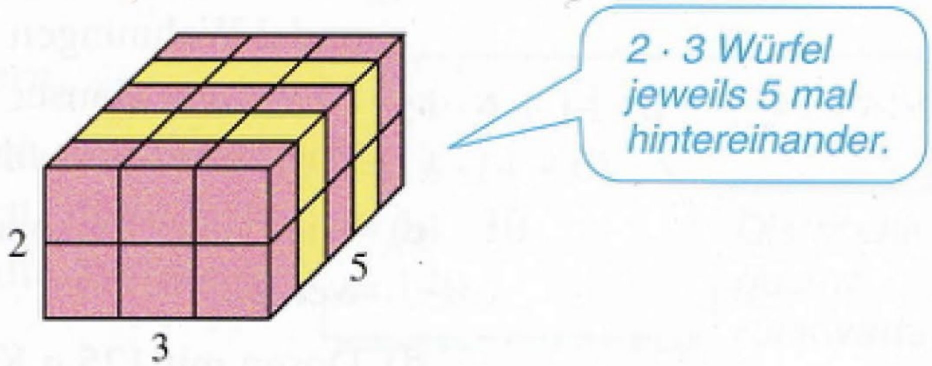
Assoziativgesetz der Multiplikation

a*(b*c)=(a*b)*c

(3) Zur Begründung des Assoziativgesetzes

Die Anzahl der Würfel im Bild kann man auf zweierlei Weise bestimmen:



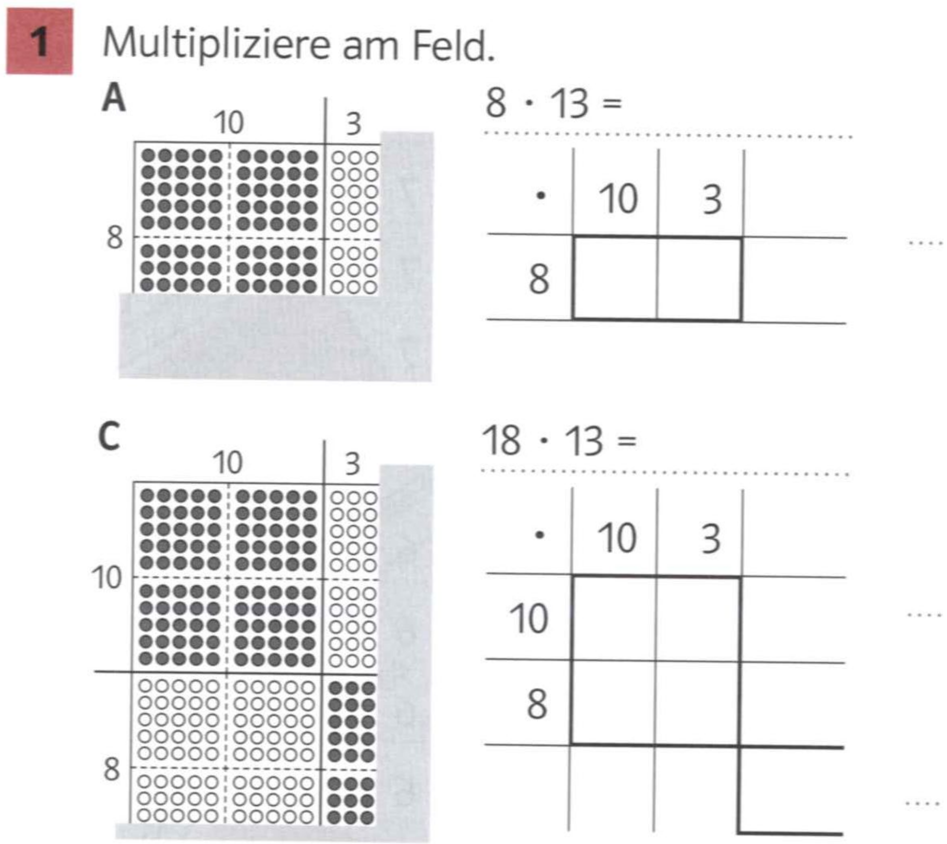


Das Distributivgesetz

DIE Grundlage des Rechnens im Zehnersystem, Zahlenbuch 3

8*13=8*(10+3)=8*10+8*3

a*(b +c)= a* b +a*c



Und dann auch gleich

18*13= 10*10+10*3+8*10+8*3

(a+b)*(c+d)=ab +ac +bc +bd

Begründung: natürlich wieder mit Flächen.

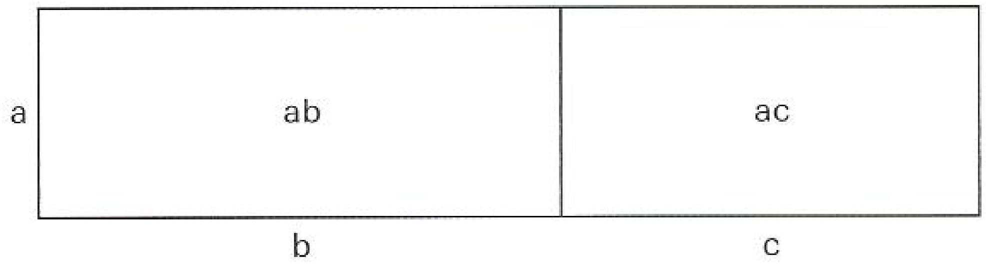
Rechengesetze im Mathbuch II

Distributivgesetz

6 Manchmal ist es am einfachsten, eine Rechnung in zwei Rechnungen aufzuspalten, wie etwa im Beispiel $4 \cdot 18 = 4 \cdot (10 + 8) = 4 \cdot 10 + 4 \cdot 8 = 40 + 32 = 72$

algebraisch: $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c = ab + ac$ (Kurzschreibweise)

Darstellung mit Rechteckflächen:



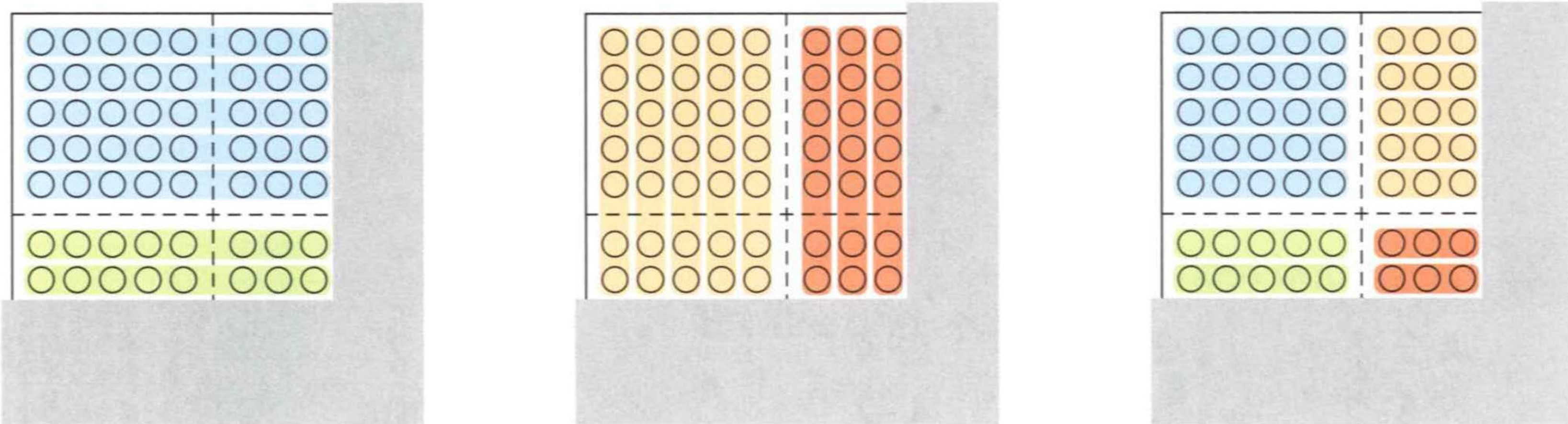
Überprüfe das Gesetz an weiteren Zahlenbeispielen und vergleiche mit andern.

Distributivgesetz – Rückführung auf Kernaufgaben zur Multiplikation

Zahlenbuch 2:

5

$$7 \cdot 8 = 8 \cdot 7$$



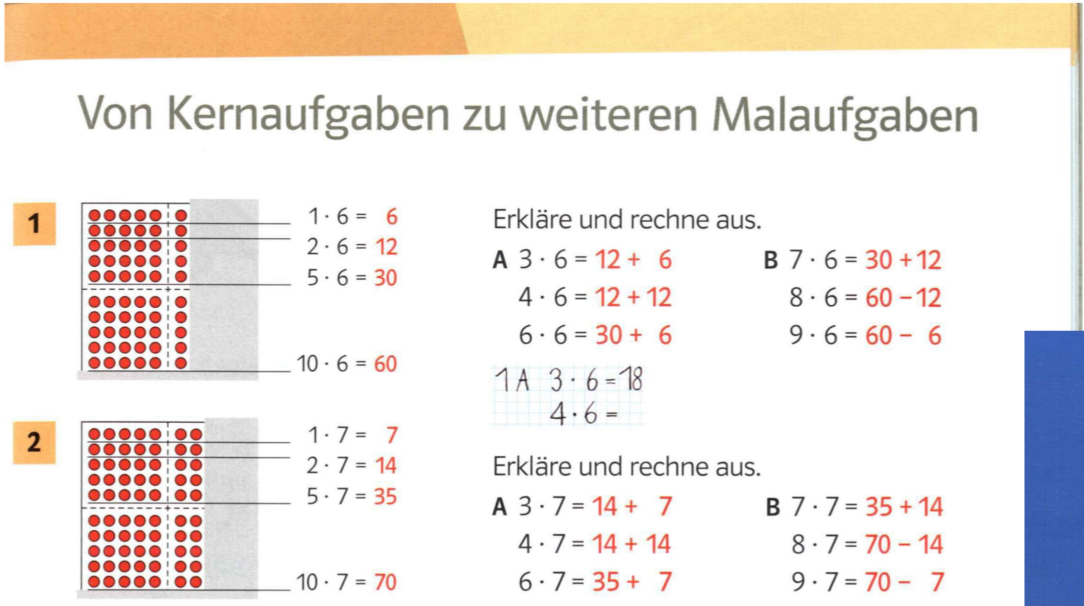
Nina rechnet: 40 + 16

Mara rechnet: 35 + 21

Ali rechnet: 25 + 10 + 15 + 6

Zuerst werden im 2. Schuljahr die Kernaufgaben gelernt. Darauf aufbauend die anderen Aufgaben

Rückführung auf Kernaufgaben – Zahlenbuch 2



Von Kernaufgaben zu weiteren Malaufgaben

1

1 · 6 = 6
2 · 6 = 12
5 · 6 = 30
10 · 6 = 60

Erkläre und rechne aus.

A 3 · 6 = 12 + 6
4 · 6 = 12 + 12
6 · 6 = 30 + 6

B 7 · 6 = 30 + 12
8 · 6 = 60 – 12
9 · 6 = 60 – 6

1A 3 · 6 = 18
4 · 6 =

2

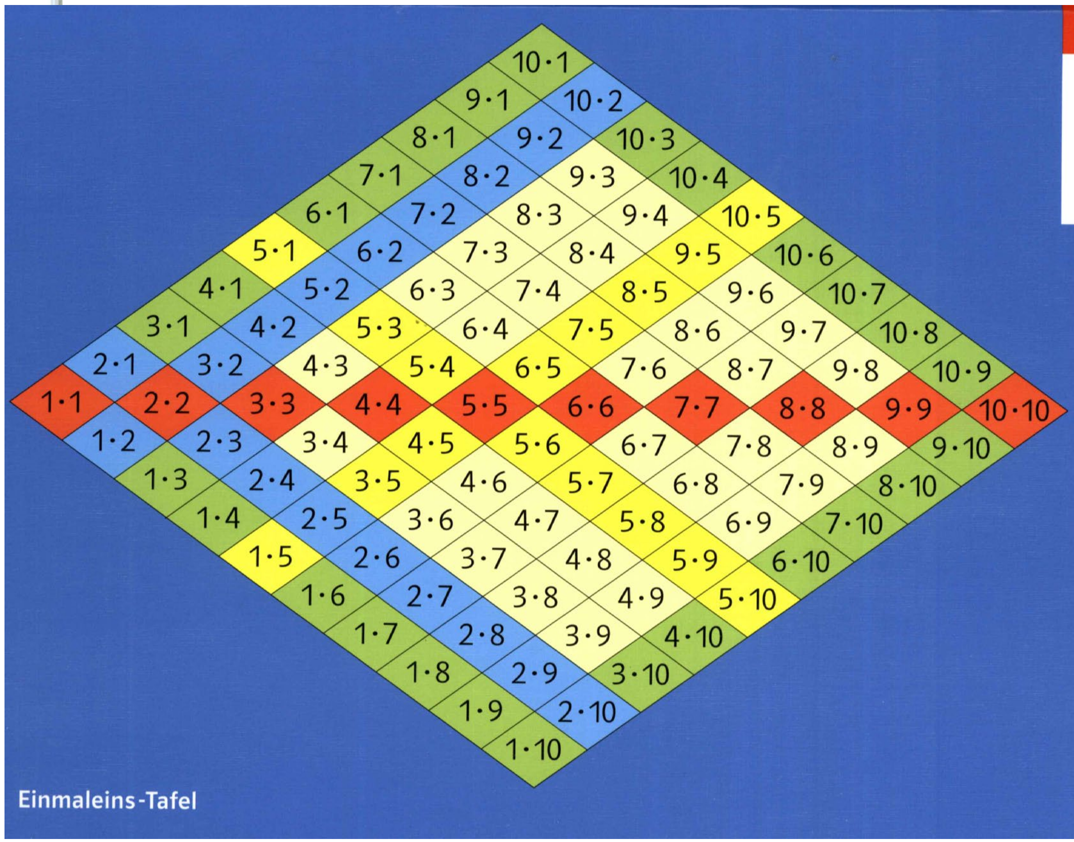
1 · 7 = 7
2 · 7 = 14
5 · 7 = 35
10 · 7 = 70

Erkläre und rechne aus.

A 3 · 7 = 14 + 7
4 · 7 = 14 + 14
6 · 7 = 35 + 7

B 7 · 7 = 35 + 14
8 · 7 = 70 – 14
9 · 7 = 70 – 7

Kernaufgaben sind farbig in der 1x1-Tafel



Zusammenfassung

Rechengesetze sind die Grundlage der Arithmetik.

Sie scheinen auch im Zahlenbuch auf: Zehnerübergang, Kernaufgaben, Rechenvereinfachungen.

Begründen lassen sie sich gut über operative Beweise.